Dik Üçgende Trigonometrik Oranlar ve Trigonometrik Özdeşlikler

MAT.10.1.1. Dik üçgende trigonometrik oranlara (sinüs, kosinüs, tanjant, kotanjant) ve trigonometrik özdeşliklere ilişkin çıkarım yapabilme

HATIRLAYALIM

- Dik üçgende bir dar açının sinüsü karşı/hipotenüs, kosinüsü komşu/hipotenüs, tanjantı karşı/komşu, kotanjantı komşu/karşıdır.
- Her dar açı için $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ ve $\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$ temel trigonometrik özdeşlikleri sağlanır.
- Ölçüleri toplamı 90° olan tümler açılardan birinin sinüsü diğerinin kosinüsüne; birinin tanjantı diğerinin kotanjantına eşittir.

1 EŞLEŞTİRME

Dik üçgende bir α dar açısına ait trigonometrik oranları kenar oranlarıyla eşleştiriniz.

sin α	cos α	tan α	cot α
Karşı / Hipotenüs	Komşu / Hipotenüs	Karşı / Komşu	Komşu / Karşı

c 1. sin α	a) Açıya bitişik dik kenarın hipotenüse bölümü
a 2. cos α	b) Açıya bitişik dik kenarın baktığı dik kenara bölümü
d 3. tan α	c) Açının baktığı dik kenarın hipotenüse bölümü
b 4. cot α	d) Açının baktığı dik kenarın bitişik dik kenara bölümü

2 SIRALAMA

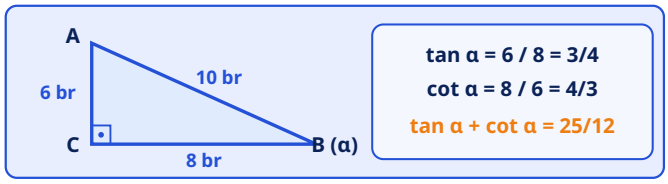
Görselde verilen dik üçgende trigonometrik oranla uzunluk hesaplama basamaklarını 1'den 4'e kadar sıralayınız.

1. Modelle	2. Kenarlar	3. Oran Seç	4. Çöz
Üçgeni çiz	Açıya göre adlandır	Uygun oranı bul	Denklemden hesapla

3 Verilen ve aranan kenarları içeren doğru trigonometrik oranı seçme
2 İstenen açıya göre karşı, komşu dik kenarları ve hipotenüsü belirleme
4 Kurulan trigonometrik denklemden bilinmeyen uzunluğu hesaplama
1 Problemi dik üçgen çizerek ve verilen uzunlukları yerleştirerek modelleme

3 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki ABC dik üçgeninde |AB| = 6 br, |BC| = 8 br ve |AC| = 10 br olduğuna göre tan α + cot α toplamı kaçtır?



A) $\frac{25}{12}$ B) $\frac{7}{12}$
C) $\frac{12}{25}$ D) $\frac{5}{6}$

4 KISA CEVAP

Görseldeki dik üçgende bir dar açının sinüs değeri $\sin x = \frac{3}{5}$ olduğuna göre cos x değerini yazınız.



Pisagor bağıntısından komşu kenar 4 birim, $\cos x = \frac{4}{5}$ olur.

5 TABLOYU TAMAMLA

Özel açıların trigonometrik değerleri tablosundaki boşlukları uygun sayılarla doldurunuz.

Açı Ölçüsü	sinüs	kosinüs	tanjant
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
Açı Özdeşliği	$\sin^2 x + \cos^2 x$	1	$\tan x \cdot \cot x = 1$

6 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Trigonometrik özdeşlikler ve bağıntılarla ilgili yargılardan doğru olanlara D, yanlış olanlara Y yazınız.

$\sin^2x + \cos^2x$	$\tan x \cdot \cot x$	$\sin x / \cos x$	$\alpha + \beta = 90°$
$= 1$	$= 1$	$= \tan x$	$\sin \alpha = \cos \beta$

	D	Y
Herhangi bir x dar açısı için $\sin^2x + \cos^2x = 1$ eşitliği daima sağlanır.	☑	☐
Tümler iki açıdan birinin sinüsü diğerinin kotanjantına daima eşittir.	☐	☑
Birbirini 90°ye tamamlayan α ve β açıları için $\tan \alpha = \cot \beta$ eşitliği geçerlidir.	☑	☐
Tan x ile cot x oranlarının çarpımı her dar açı için sıfıra eşittir.	☐	☑

7 ŞİFRELİ KELİME

İpuçlarına karşılık gelen geometri ve trigonometri kavramlarını yazınız. Numaralı kutulardan 'ORAN' kelimesini bulunuz.

ANAHTAR KAVRAM ŞİFRE ŞERİDİ: O - R - A - N

1	2	3	4
O	R	A	N

Komşu dik kenarın hipotenüse oranını veren fonksiyon	K O S İ N Ü S
Dik kenarların kareleri toplamının hipotenüs karesine eşitliği	P İ S A G O R
Aynı noktadan çıkan iki ışının oluşturduğu geometrik şekil	A Ç I
Boyutu ve alanı olmayan en temel geometrik eleman	N O K T A

Turuncu kutulardaki harfler yukarıdan aşağıya:

ORAN

8 AÇIK UÇLU · DÜŞÜN

$\sin^2 40° + \cos^2 40° + \tan 40° \cdot \cot 40°$ işleminin sonucunu özdeşlikleri kullanarak açıklayınız.

$\sin^2 40° + \cos^2 40° = 1$ ve $\tan 40° \cdot \cot 40° = 1$ olduğundan toplam $1 + 1 = 2$ olur.

9 ÇOKTAN SEÇMELİ · DÜŞÜN

Görseldeki cebirsel kartta verilen $\frac{1 - \cos^2 x}{\sin x}$ ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

TRİGONOMETRİK SADELEŞTİRME KARTI

$(1 - \cos^2 x) / \sin x = \sin^2 x / \sin x$
$= \sin x$ (En sade biçim)

Ⓐ $\sin x$ Ⓑ $\cos x$ Ⓒ $\tan x$ Ⓓ $\cot x$

10 KISA CEVAP

10 metrelik bir merdiven duvara 30°lik eğimle dayandığında duvardaki yükselme yüksekliği ($h = 10 \cdot \sin 30°$) kaç metredir?

$h = 10 \cdot \sin 30° = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5$ metredir.

11 EŞLEŞTİRME

Tümler açıların trigonometrik değerlerini birbirine eşit olan karşılıklarıyla eşleştiriniz.

$\sin 20°$	$\tan 35°$	$\cos 40°$	$\cot 15°$
$\cos 70°$	$\cot 55°$	$\sin 50°$	$\tan 75°$

a 1. $\sin 20°$	a) $\cos 70°$
c 2. $\tan 35°$	b) $\sin 50°$
b 3. $\cos 40°$	c) $\cot 55°$
d 4. $\cot 15°$	d) $\tan 75°$

12 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Dik üçgen ve trigonometrik oranların özellikleri hakkında doğru ifadelere D, yanlış olanlara Y yazınız.

	D	Y
Bir dik üçgende hipotenüs uzunluğu her iki dik kenardan daima büyüktür.	☑	☐
Dar açı büyüdükçe sinüs değeri küçülür, kosinüs değeri büyür.	☐	☑
tan α ifadesi karşı dik kenarın komşu dik kenara bölünmesiyle bulunur.	☑	☐
sin 45° değeri ile cos 45° değeri birbirine daima eşittir.	☑	☐