Üçgenin Alanı: Kenar ve Yükseklik Değişiminin Alana Etkisi, Sinüs Alan Formülü ve Benzerlik-Alan İlişkisi

Üçgende taban ve yükseklik değişiminin alana etkisini inceler ve paralel doğrular arasında alan taşıma yapar. · İki kenarı ve aradaki açısı bilinen üçgenlerin alanını sinüs alan teoremiyle hesaplar. · Benzer iki üçgenin benzerlik oranı (k) ile alanları oranı (k^2) arasındaki ilişkiyi problemlerde uygular.

HATIRLAYALIM

- Bir üçgenin alanı, bir kenar uzunluğu ile o kenara ait yüksekliğin çarpımının yarısıdır: Alan(ABC) = $\frac{a \cdot h_a}{2}$.
- İki kenar ve aradaki açı biliniyorsa sinüs alan teoremi uygulanır: Alan(ABC) = $\frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(A)$; eşkenar üçgende Alan = $\frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$.
- Yükseklikleri eşit üçgenlerin alanları tabanlarıyla orantılıdır; benzer iki üçgenin alanları oranı benzerlik oranının karesidir ($\frac{\text{Alan(ABC)}}{\text{Alan(DEF)}} = k^2$).

1 EŞLEŞTİRME

Üçgende alan bağıntılarını ve kurallarını matematiksel ifadeleriyle eşleştiriniz.

ÜÇGENDE ALAN TEMEL BAĞINTILARI

Taban × Yükseklik	Sinüs Alan	Eşkenar Üçgen	Benzerlik-Alan
A = (a · h_a) / 2	A = ½ · b · c · sin A	A = (a² · √3) / 4	$A_1 / A_2 = k^2$

- ☐ 1. Temel Üçgen Alan Bağıntısı
- ☐ 2. Sinüs Alan Teoremi
- ☐ 3. Eşkenar Üçgenin Alan Formülü
- ☐ 4. Benzer Üçgenlerde Alanlar Oranı

a) Alan(ABC) = $\frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(A)$

b) Alan(ABC) = $\frac{a \cdot h_a}{2}$

c) $\frac{\text{Alan(ABC)}}{\text{Alan(DEF)}} = k^2$

d) Alan = $\frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$

2 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Üçgende alan özellikleriyle ilgili ifadeleri Doğru/Yanlış olarak belirleyiniz.

TABAN-ALAN ORANTISI VE KENARORTAY

Eşit Yükseklik	Kenarortay	Ağırlık Merkezi
Alanlar tabanla orantılı	Tabanı ikiye böler	3 kenarortay kesişir
$S_1 / S_2 = a / b$	Alan: S ve S	6 eş alan (6S)

	D	Y
Tepe noktaları ortak (yükseklikleri eşit) olan iki üçgenin alanları oranı taban uzunlukları oranına eşittir.	☐	☐
Benzerlik oranı k = $\frac{2}{3}$ olan iki üçgenin alanları oranı da $\frac{2}{3}$'tür.	☐	☐
Bir üçgende kenarortay, üçgenin alanını birbirine eşit iki bölgeye ayırır.	☐	☐
Geniş açılı bir üçgende tüm yükseklikler üçgenin iç bölgesinde kesişir.	☐	☐

3 ÇOKTAN SEÇMELİ

Bir ABC üçgeninde |AB| = 8 cm, |AC| = 10 cm ve m(BAC) = 30° olduğuna göre Alan(ABC) kaç cm^2'dir? (sin 30° = $\frac{1}{2}$)

SİNÜS ALAN TEOREMİ UYGULAMASI

Verilen Ölçüler	Alan Hesabı
|AB| = 8 cm, |AC| = 10 cm	Alan = ½ · 8 · 10 · sin 30°
Aradaki açı: m(A) = 30° (sin 30° = ½)	Alan = 40 · ½ = 20 cm^2

Ⓐ 20 Ⓑ 40 Ⓒ $20\sqrt{3}$ Ⓓ 10

4 KISA CEVAP

Paralel iki doğru (d_1 // d_2) arasında tabanı d_2 üzerinde sabit tutulan bir üçgenin tepe noktası d_1 üzerinde kaydırıldığında alanı neden değişmez?

PARALEL DOĞRULARDA ALAN TAŞIMA

Sabit Unsurlar (d_1 // d_2)	Sonuç
Taban [BC] sabit uzunlukta	Tepe noktası d_1 üzerinde kaysa da
Paraleller arası h yüksekliği sabit	Alan(ABC) = Alan(A'BC) değişmez

5 TABLOYU TAMAMLA

Benzer iki üçgenin benzerlik oranı, çevre oranı ve alan oranı tablosunu tamamlayınız.

Benzerlik Oranı (k)	Çevreler Oranı	Alanlar Oranı (k^2)
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	
$\frac{3}{5}$		$\frac{9}{25}$
	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{49}$
4	4	

6 SIRALAMA

ABC üçgeninde [DE] // [BC], |AD| = 2 br, |DB| = 3 br ve Alan(ADE) = 12 br^2 iken Alan(BCED) dörtgenini bulma adımlarını sıralayınız.

BENZER ÜÇGENDE ALAN ADIMLARI (k = 2/5)

1. Oran Bul	2. Karesini Al	3. Tüm Alan	4. Dörtgen
k = |AD|/|AB| = 2/5	$k^2 = 4 / 25$	4S=12 -> 25S=75	75 - 12 = 63 br^2

- ☐ Tüm üçgenin alanından üst üçgeni çıkararak Alan(BCED) = 75 - 12 = 63 br^2 sonucuna ulaşma
- ☐ Temel benzerlik teoreminden küçük ve büyük üçgenin benzerlik oranını k = $\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{2}{5}$ olarak bulma
- ☐ Alan(ADE) = 12 br^2 değerini oranda yerine koyarak tüm alanı Alan(ABC) = 75 br^2 olarak hesaplama
- ☐ Benzerlik oranının karesini alarak alanlar oranını $\frac{Alan(ADE)}{Alan(ABC)} = k^2 = \frac{4}{25}$ şeklinde yazma

7 ÇOKTAN SEÇMELİ

ABC üçgeninde D ∈ [BC] olmak üzere 3·|BD| = 2·|DC| ve Alan(ABC) = 45 cm^2 ise Alan(ABD) kaç cm^2'dir?

TABAN ORANINA GÖRE ALAN PAYLAŞIMI

Oran: 3·|BD| = 2·|DC|	Toplam Alan Çözümü
|BD| = 2k -> Alan(ABD) = 2S	Toplam 5S = 45 cm² -> S = 9 cm²
|DC| = 3k -> Alan(ADC) = 3S	Alan(ABD) = 2S = 18 cm²

Ⓐ 18 Ⓑ 27 Ⓒ 15 Ⓓ 30

8 ŞİFRELİ KELİME

İpuçlarından yararlanarak kavramları yazınız ve üçgenin bir köşesinden karşı kenara inen dikmeyi belirten şifre kelimeyi bulunuz.

- Karşı kenarın ortasına inen doğru parçası: Kenar___ □□□□■
- Doğrusal olmayan üç noktanın birleşimiyle oluşan çokgen ■□□□□
- Çokgenin iki komşu kenarının kesiştiği nokta □■□□□
- İki kenar ve aradaki açı biliniyorsa kullanılan alan teoremi ■□□□□
- Üç kenar uzunluğu birbirine eşit olan özel üçgen □□□□□□□
- Eşkenar üçgenin alan formülünde bulunan irrasyonel sembol ■□□
- Üçgenin iç bölgesinin kapladığı iki boyutlu büyüklük □■□□
- 90 derecelik açıya sahip üçgen türü: ___ üçgen ■□□
- Benzerlik oranının ikinci kuvveti: ___si □■□□

Turuncu kutulardaki harfler yukarıdan aşağıya:

_____

9 BOŞLUK DOLDURMA

Cümlelerdeki boşlukları uygun kavramlarla tamamlayınız.

karesine | altı | yarısına | kök 3

1. Bir kenar uzunluğu 6 cm olan eşkenar üçgenin alanı 9 _____ cm^2'dir.
2. Üçgenin üç kenarortayının kesiştiği ağırlık merkezi, üçgeni _____ eş alanlı üçgene böler.
3. Dik üçgenin alanı, dik kenar uzunluklarının çarpımının _____ eşittir.

10 EŞLEŞTİRME

Verilen üçgen ölçülerini hesaplanan alan değerleriyle eşleştiriniz.

MERDİVEN ALAN KURALI (EŞİT ARALIKLAR)

1. Dilim	2. Dilim	3. Dilim	4. Dilim
Üst üçgen: S	Orta şerit: 3S	Alt şerit: 5S	Taban şeridi: 7S

☐ 1. Tabanı 12 cm, yüksekliği 5 cm olan üçgen	**a)** 30 cm^2
☐ 2. Dik kenarları 6 cm ve 8 cm olan dik üçgen	**b)** 24 cm^2
☐ 3. Bir kenarı 4 cm olan eşkenar üçgen	**c)** 15 cm^2
☐ 4. Kenarları 6 cm, 10 cm ve aradaki açısı 30° olan üçgen	**d)** $4\sqrt{3}$ cm^2

11 ÇOKTAN SEÇMELİ

Bir üçgenin taban uzunluğu 2 katına çıkarılıp o tabana ait yüksekliği yarıya indirilirse üçgenin alanı nasıl değişir?

Ⓐ Değişmez (aynı kalır). Ⓑ 2 katına çıkar.
Ⓒ 4 katına çıkar. Ⓓ Yarıya iner.

12 AÇIK UÇLU · DÜŞÜN

Benzerlik oranı k olan iki üçgenin çevreleri oranı k iken alanları oranının neden k^2 olduğunu temel alan formülüyle açıklayınız.

NEDEN ALANLAR ORANI k² OLUR?

Uzunluk Boyutu (1B)	Alan Boyutu (2B)
Taban: a' = k · a	A' = ½ · (k·a) · (k·h)
Yükseklik: h' = k · h	A' = k² · (½·a·h) = k² · A