Özel Dörtgenler: Yamuk ve Paralelkenarın Açı, Kenar, Köşegen ve Alan Özellikleri

Yamuk, ikizkenar yamuk ve dik yamuğun açı, kenar, orta taban, köşegen ve alan özelliklerini keşfeder ve problem çözümlerinde kullanır. · Paralelkenarın açı, kenar, köşegen ve komşu açıortay özelliklerini genel dörtgen özellikleriyle ilişkilendirerek doğrular. · Yamuk ve paralelkenarda köşegenlerin oluşturduğu üçgensel bölgelerin alan oranlarını kullanarak gerçek yaşam ve geometri problemlerini çözer.

HATIRLAYALIM

- Yamukta orta taban $|EF| = \frac{a+c}{2}$, köşegenlerin orta tabanda ayırdığı parça $|KL| = \frac{|a-c|}{2}$ ve alan $Alan = \frac{a+c}{2} \cdot h$ bağıntısıyla bulunur.
- Köşegenleri dik kesişen dik yamukta $h^2 = a \cdot c$ iken, köşegenleri dik kesişen ikizkenar yamukta $h = \frac{a+c}{2}$ olur; yan üçgen alanları eşittir ($S^2 = S_{alt} \cdot S_{üst}$).

1 EŞLEŞTİRME

Yamuk ve paralelkenardaki temel uzunluk ve alan bağıntılarını açıklamalarıyla eşleştiriniz.

$\|KL\| = \|a-c\|/2$	$h^2 = a \cdot c$	$S^2 = Salt \cdot Süst$	$Alan(AEB) = A/2$
Köşegenler arası orta parça	Dik yamukta dik köşegen	Yamukta köşegen alanı	Paralelkenarda yarı alan

b 1. $|KL| = \frac{|a-c|}{2}$

c 2. $h^2 = a \cdot c$

a 3. $S^2 = S_{alt} \cdot S_{üst}$

a) Yamukta köşegenlerin oluşturduğu eş yan üçgenlerle alt-üst alanların bağıntısı

b) Yamukta köşegenlerin orta taban üzerinde ayırdığı orta parçanın uzunluğu

c) Köşegenleri dik kesişen dik yamukta yükseklik ile tabanlar arasındaki bağıntı

2 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

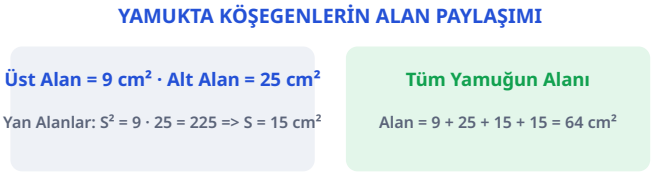
Yamuk ve paralelkenar özellikleriyle ilgili ifadelerden doğru olanlara D, yanlış olanlara Y yazınız.

İkizkenar Yamuk	Dik Kesişen İkiz.	Paralelkenar	4 Eş Üçgen Alan
$\|AC\| = \|BD\|$ eş köşegen	Yükseklik $h = (a+c)/2$	Köşegenler birbirini ortalar	Köşegenler S, S, S, S böler

	D	Y
İkizkenar yamukta köşegen uzunlukları birbirine eşittir ($\|AC\| = \|BD\|$).	☑	☐
Köşegenleri dik kesişen ikizkenar yamukta yükseklik orta taban uzunluğuna eşittir ($h = \frac{a+c}{2}$).	☑	☐
Her paralelkenarın köşegen uzunlukları birbirine eşittir ve köşegenler dik kesişir.	☐	☑
Paralelkenarda iki köşegen çizildiğinde alanı birbirine eşit olan dört üçgen oluşur.	☑	☐

3 ÇOKTAN SEÇMELİ

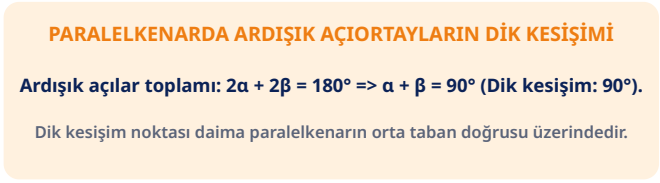
Görseldeki [AB] // [DC] yamuğunda köşegenler O noktasında kesişmektedir. $Alan(DOC) = 9\ cm^2$ ve $Alan(AOB) = 25\ cm^2$ olduğuna göre tüm yamuğun alanı kaç cm^2'dir?



A) 64 B) 49 C) 56 D) 60

4 KISA CEVAP

Bir paralelkenarda ardışık iki köşeden çizilen iç açıortayların neden daima dik (90°) kesiştiğini açı özellikleriyle açıklayınız.



Paralelkenarda ardışık iki açının toplamı 180° ($2\alpha + 2\beta = 180°$).

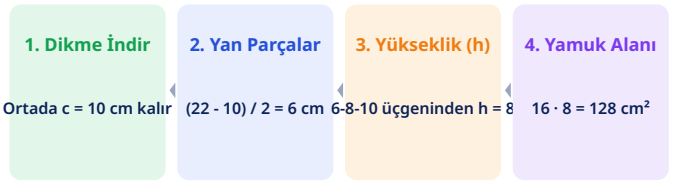
5 TABLOYU TAMAMLA

Özel dörtgenlere ait verilen uzunluk ve alan bilgilerini kullanarak tablodaki istenen değerleri tamamlayınız.

Özel Dörtgen	Verilen Bilgiler	Hesaplanan Sonuç
Yamuk (Orta Taban)	Alt taban a = 18 cm, üst taban c = 6 cm	$\|EF\| = 12$ cm ve $\|KL\| = 6$ cm
Dik Yamuk ([AC] ⊥ [BD])	Alt taban a = 16 cm, üst taban c = 4 cm	$h^2 = 16 \cdot 4 = 64 \Rightarrow h = 8$ cm
İkizkenar Yamuk	a = 14 cm, c = 6 cm, yan kenar = 5 cm	Dikme tabanı = 4 cm, h = 3 cm, Alan = 30 cm^2
Paralelkenar	Kenarlar 10 cm ve 8 cm, aradaki açı 30°	Alan = $10 \cdot 8 \cdot \sin 30° = 40\ cm^2$

6 SIRALAMA

Görseldeki ikizkenar yamukta |AB| = 22 cm, |DC| = 10 cm ve yan kenar |AD| = |BC| = 10 cm olduğuna göre yamuğun alanını bulma



1 Üst köşeler olan D ve C'den alt tabana [DH] ve [CK] dikmelerini indirerek ortada 10 cm'lik dikdörtgen oluşturma

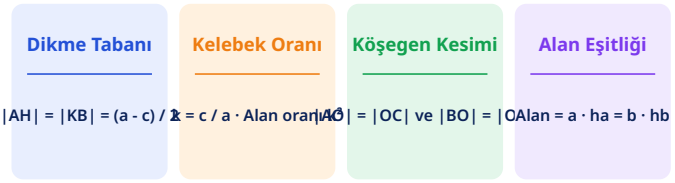
3 AHD dik üçgeninde (6-8-10 özel üçgeni) yamuğun yüksekliğini h = 8 cm olarak bulma

2 Alt tabanda yanlarda kalan eş parçaları |AH| = |KB| = $\frac{22 - 10}{2}$ = 6 cm olarak hesaplama

4 Alan = $\frac{22 + 10}{2}$ · 8 = 16 · 8 = 128 cm^2 bağıntısıyla alanı hesaplama

7 EŞLEŞTİRME

Yamuk ve paralelkenardaki geometrik özellikleri sonuçlarıyla eşleştiriniz.



a 1. İkizkenar yamukta üstten indirilen dikmeler

c 2. Yamukta köşegenlerin oluşturduğu kelebek

b 3. Paralelkenarda köşegenlerin kesişim noktası

a) Alt tabanda uzunluğu $\frac{a - c}{2}$ olan iki eş dik üçgen tabanı ayırır

b) Her iki köşegeni de iki eş parçaya bölen ağırlık merkezidir

c) Üst ve alt üçgenlerin benzerlik oranı k = $\frac{c}{a}$, alan oranı k^2 olur

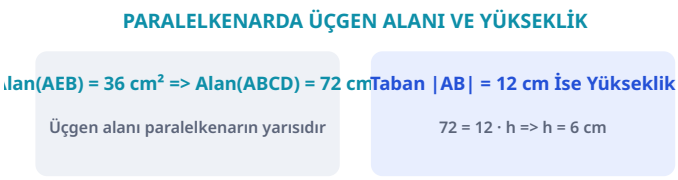
8 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Yamuk ve paralelkenarla ilgili ifadelerden doğru olanlara D, yanlış olanlara Y yazınız.

	D	Y
Paralelkenarın karşılıklı kenar uzunlukları ve karşılıklı iç açılarının ölçüleri birbirine eşittir.	✓	
Bir yamukta köşegenlerin yanlarda oluşturduğu iki üçgenin alanları her zaman birbirine eşittir.	✓	
Dik yamukta yan kenarlardan ikisi de tabanlara diktir.		✓
Her paralelkenar aynı zamanda karşılıklı kenarları paralel olan özel bir yamuktur.	✓	

9 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki ABCD paralelkenarında E noktası [DC] kenarı üzerindedir. Alan(AEB) = 36 cm^2 ve |AB| = 12 cm olduğuna göre [AB] kenarına ait yükseklik kaç cm'dir?



A 6 B 3 C 9 D 12

10 BOŞLUK DOLDURMA

Cümlelerdeki boşlukları kutudaki kavramlarla tamamlayınız.

YAMUK VE PARALELKENARDA TEMEL BAĞINTILAR

Karşı durumlu açılar toplamı 180° · Açıortay kesimi orta taban üzerindedir.

Paralelkenarda köşegen-kenar bağıntısı: $e^2 + f^2 = 2 \cdot (a^2 + b^2)$.

orta | 2 | 4 | 180

1. Yamukta aynı yan kenarın uçlarındaki iç açıların (karşı durumlu açıların) toplamı **180** derecedir.
2. Paralelkenarda ardışık iki köşeye ait iç açıortayların dik kesiştiği nokta **orta** taban üzerindedir.
3. Paralelkenarın köşegen uzunlukları e ve f ile kenarları arasında $e^2 + f^2$ = **2** · $(a^2 + b^2)$ bağıntısı vardır.

11 ŞİFRELİ KELİME

İpuçlarına karşılık gelen kavramları yazarak anahtar kelimeyi bulunuz.

Yamuğun paralel alt ve üst tabanları arasındaki dik uzaklık (9 harf)	Y Ü K S E K L İ K
Orta taban ile yüksekliğin çarpımına eşit olan bölge büyüklüğü (4 harf)	A L A N
En az iki karşıt kenarı paralel olan özel dörtgen (5 harf)	Y A M U K
İkizkenar yamukta iki köşegende birbirine eşit olan ölçü (7 harf)	U Z U N L U K
Paralelkenarda birbirini ortalayan ve alanı 4 eş üçgene bölen doğru parçası (7 harf)	K Ö Ş E G E N

Turuncu kutulardaki harfler yukarıdan aşağıya:

YAMUK

12 AÇIK UÇLU · DÜŞÜN

Köşegenleri dik kesişen bir dik yamukta alt taban a = 9 cm ve üst taban c = 4 cm ise yamuğun yüksekliğini (h) ve alanını hesaplayınız.

Köşegenleri dik kesişen dik yamukta $h^2 = a \cdot c = 9 \cdot 4 = 36$ => h = 6 cm olur. Alan = ((9 + 4) / 2) · 6 = 6,5 · 6 = 39 cm^2 bulunur.