DERS KUTUSU
DERSKUTUSU.COM

ÇALIŞMA KÂĞIDI CEVAPLI

12. Sınıf · Matematik · 1. Hafta

Ad Soyad: _____
Sınıf / No: _____
Tarih: _____

Üstel Fonksiyon ve Grafiği

12.1.1.1. Üstel fonksiyonu açıklar.

HATIRLAYALIM

- $a > 0$ ve $a \neq 1$ olmak üzere $f(x) = a^x$ biçimindeki fonksiyonlara üstel fonksiyon denir; tanım kümesi $\mathbb{R}$, değer kümesi $\mathbb{R}^+$'dır.
- Taban $a > 1$ ise fonksiyon artandır; $0 < a < 1$ ise fonksiyon azalandır. Üstel fonksiyonlar daima bire bir ve örtendir.
- Üstel fonksiyonların grafikleri x eksenini kesmez ($y = 0$ yatay asimptottur) ve her a değeri için daima (0, 1) noktasından geçer.

1 EŞLEŞTİRME

Görseldeki üstel fonksiyon türlerini sağ sütundaki grafik özellikleriyle eşleştiriniz.

$f(x) = 3^x$	$g(x) = (½)^x$	y = 0 Asimptot	(0, 1) Noktası
a > 1 Artan Fonksiyon	0 < a < 1 Azalan Fonksiyon	x eksenine yaklaşır	Ortak y ekseni kesişimi

b 1. $f(x) = 3^x$

c 2. $g(x) = (\frac{1}{2})^x$

d 3. Yatay asimptot y = 0

a 4. f(0) = 1 noktası

a) Tüm temel üstel fonksiyon grafiklerinin ortak kesişim noktası

b) Tabanı 1'den büyük olduğu için daima artan üstel fonksiyon

c) Tabanı 0 ile 1 arasında olduğu için daima azalan üstel fonksiyon

d) Grafiğin sonsuza giderken yaklaştığı ama asla kesmediği x ekseni

2 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Görseldeki üstel fonksiyon özelliklerine göre yargılardan doğru olanlara D, yanlış olanlara Y işaretleyiniz.

BİRE BİRLİK VE ÖRTENLİK ANALİZİ

Yatay Doğru Testi: Her y > 0 için grafik tek noktada kesilir.

Bu nedenle $f(x) = a^x$ fonksiyonu bire bir ve örtendir (tersi logaritmadır).

	D	Y
$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ tanımlı $f(x) = a^x$ üstel fonksiyonu bire bir ve örten bir fonksiyondur.	✓	
Tabanı negatif olan $h(x) = (-3)^x$ ifadesi gerçek sayılarda üstel bir fonksiyondur.		✓
$0 < a < 1$ olduğunda $f(x) = a^x$ fonksiyonunun grafiği soldan sağa doğru azalır.	✓	
Üstel fonksiyonların grafikleri y eksenini daima (0, a) noktasında keser.		✓

3 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki koordinat düzleminde $f(x) = 2^x$ fonksiyonunun grafiği çizilmiştir. Bu grafiğe göre f(3) - f(-1) işleminin sonucu kaçtır?

$f(x) = 2^x$ FONKSİYON GRAFİĞİ VE DEĞERLERİ

x = 3 → f(3) = 8
x = 0 → f(0) = 1

x = -1 → f(-1) = 1/2
f(3) - f(-1) = 8 - 0,5 = 7,5

A) $\frac{15}{2}$
B) $\frac{13}{2}$
C) $\frac{7}{2}$
D) 8

4 KISA CEVAP

$f(x) = (2a - 5)^x$ fonksiyonunun bir üstel fonksiyon belirtmesi için a'nın sağlaması gereken koşulu yazınız.

Geçerli Taban Koşulu
a > 0 ve a ≠ 1
f: ℝ → ℝ⁺ tanımlıdır

Tanımsız Durumlar
a ≤ 0 veya a = 1
Üstel fonksiyon belirtmez

$2a - 5 > 0$ ve $2a - 5 \neq 1$ olduğundan $a > \frac{5}{2}$ ve $a \neq 3$ olmalıdır.

5 TABLOYU TAMAMLA

Verilen üstel fonksiyonların x değerlerine karşılık gelen görüntülerini hesaplayarak tabloyu tamamlayınız.

x Değeri	$f(x) = 2^x$	$g(x) = (\frac{1}{2})^x$
-1	$\frac{1}{2}$	2
0	1	**1**
1	**2**	$\frac{1}{2}$
2	**4**	**$\frac{1}{4}$**

6 SIRALAMA

Görselde verilen üstel ifadelerin değerlerini küçükten büyüğe doğru 1'den 4'e kadar sıralayınız.

$2^{-2} = 1/4$	$2^{-1} = 1/2$	$2^{0} = 1$	$2^{2} = 4$
En küçük değer (0,25)	İkinci basamak (0,50)	Kesim değeri (1,00)	En büyük değer (4,00)

3 $2^0 = 1$

2 $2^{-1} = \frac{1}{2}$

1 $2^{-2} = \frac{1}{4}$

4 $2^2 = 4$

7 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki koordinat düzleminde verilen artan $f(x) = a^x$ ve azalan $g(x) = b^x$ grafiklerine göre a ve b tabanlarının büyüklük aralıkları aşağıdakilerden hangisidir?

TABANIN GRAFİK EĞRİSİNE ETKİSİ

$f(x) = a^x$ $(a > 1)$	$g(x) = b^x$ $(0 < b < 1)$
Soldan sağa ARTAN eğri	Soldan sağa AZALAN eğri

(A) $a > 1$ ve $0 < b < 1$

(B) $0 < a < 1$ ve $b > 1$

(C) $a > 1$ ve $b > 1$

(D) $a < 0$ ve $b > 0$

8 ŞİFRELİ KELİME

Görseldeki matematik ipuçlarından yararlanarak bulmacayı çözünüz. Turuncu anahtar kutulardaki harfleri birleştirerek üstel kavramı bulunuz.

ÜSTEL FONKSİYON KAVRAM PANOSU

TEK · ASİMPTOT · BİREBİR · ARTAN · NOKTA

İpuçlarını çözerek gizli matematik terimini (5 harf) bulunuz.

İki ile tam bölünemeyen tam sayı türü	T E K
Eğrinin sonsuzda yaklaştığı ancak asla kesmediği doğru	A S İ M P T O T
Her farklı girdiye farklı çıktı üreten fonksiyon özelliği	B İ R E B İ R
Girdisi büyüdükçe çıktısı da daima büyüyen fonksiyon	A R T A N
Koordinat düzleminde yer belirten boyutsuz geometrik öge	N O K T A

Turuncu kutulardaki harfler yukarıdan aşağıya:

TABAN

9 KISA CEVAP

$f(x) = 5^x$ fonksiyonunun grafiğinin y eksenini kestiği noktanın koordinatlarını yazınız.

$x = 0$ için $f(0) = 5^0 = 1$ olduğundan kesim noktası (0, 1)'dir.

10 EŞLEŞTİRME

Görseldeki fonksiyon kavramlarını üstel fonksiyonlardaki karşılıklarıyla eşleştiriniz.

Tanım Kümesi	Görüntü Kümesi	Bire Birlik	Örtenlik
Gerçek Sayılar	Pozitif Reel	Farklı girdiye farklı değer	Değer kümesi açıkta kalır

a 1. Tanım kümesi

c 2. Değer kümesi

b 3. Bire birlik

d 4. Örtenlik

a) Tüm gerçek sayılar kümesi ($\mathbb{R}$)

b) Farklı x değerlerinin daima farklı görüntülere gitmesi

c) Pozitif gerçek sayılar kümesi ($\mathbb{R}^+$)

d) Değer kümesindeki her pozitif elemanın bir eşleşeni olması

11 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Üstel fonksiyonların matematiksel modelleriyle ilgili yargılardan doğru olanlara D, yanlış olanlara Y işaretleyiniz.

	D	Y
Üstel fonksiyonların grafikleri hiçbir zaman x ekseninin altına inmez.	✓	
$f(x) = 1^x$ sabit fonksiyonu üstel fonksiyon sınıfına dâhil edilir.		✓
$a > 1$ için x değerleri büyüdükçe a^x değerleri de büyür.	✓	
Bakteri çoğalması ve bileşik artış hesapları üstel modellerle ifade edilebilir.	✓	

12 AÇIK UÇLU · DÜŞÜN

Laboratuvardaki bakteri sayısının başlangıçta N olduğu ve her saat 3 katına çıktığı bilindiğine göre t saat sonraki bakteri sayısını veren üstel fonksiyonu yazınız.

Başlangıçta N bakteri varsa t saat sonra $f(t) = N \cdot 3^t$ fonksiyonu olur.