DERS KUTUSU
DERSKUTUSU.COM

ÇALIŞMA KÂĞIDI
12. Sınıf · Matematik · 1. Hafta

Ad Soyad: _____
Sınıf / No: _____
Tarih: _____

Üstel Fonksiyon ve Grafiği

12.1.1.1. Üstel fonksiyonu açıklar.

HATIRLAYALIM

- $a > 0$ ve $a \neq 1$ olmak üzere $f(x) = a^x$ biçimindeki fonksiyonlara üstel fonksiyon denir; tanım kümesi $\mathbb{R}$, değer kümesi $\mathbb{R}^+$'dır.
- Taban $a > 1$ ise fonksiyon artandır; $0 < a < 1$ ise fonksiyon azalandır. Üstel fonksiyonlar daima bire bir ve örtendir.
- Üstel fonksiyonların grafikleri x eksenini kesmez ($y = 0$ yatay asimptottur) ve her a değeri için daima (0, 1) noktasından geçer.

1 EŞLEŞTİRME

Görseldeki üstel fonksiyon türlerini sağ sütundaki grafik özellikleriyle eşleştiriniz.

$f(x) = 3^x$	$g(x) = (½)^x$	y = 0 Asimptot	(0, 1) Noktası
a > 1	0 < a < 1	x eksenine yaklaşır	Ortak y ekseni kesişimi
Artan Fonksiyon	Azalan Fonksiyon		

☐ 1. $f(x) = 3^x$

☐ 2. $g(x) = (\frac{1}{2})^x$

☐ 3. Yatay asimptot y = 0

☐ 4. f(0) = 1 noktası

a) Tüm temel üstel fonksiyon grafiklerinin ortak kesişim noktası

b) Tabanı 1'den büyük olduğu için daima artan üstel fonksiyon

c) Tabanı 0 ile 1 arasında olduğu için daima azalan üstel fonksiyon

d) Grafiğin sonsuza giderken yaklaştığı ama asla kesmediği x ekseni

2 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Görseldeki üstel fonksiyon özelliklerine göre yargılardan doğru olanlara D, yanlış olanlara Y işaretleyiniz.

BİRE BİRLİK VE ÖRTENLİK ANALİZİ

Yatay Doğru Testi: Her y > 0 için grafik tek noktada kesilir.

Bu nedenle $f(x) = a^x$ fonksiyonu bire bir ve örtendir (tersi logaritmadır).

	D	Y
$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ tanımlı $f(x) = a^x$ üstel fonksiyonu bire bir ve örten bir fonksiyondur.	☐	☐
Tabanı negatif olan $h(x) = (-3)^x$ ifadesi gerçek sayılarda üstel bir fonksiyondur.	☐	☐
$0 < a < 1$ olduğunda $f(x) = a^x$ fonksiyonunun grafiği soldan sağa doğru azalır.	☐	☐
Üstel fonksiyonların grafikleri y eksenini daima (0, a) noktasında keser.	☐	☐

3 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki koordinat düzleminde $f(x) = 2^x$ fonksiyonunun grafiği çizilmiştir. Bu grafiğe göre f(3) - f(-1) işleminin sonucu kaçtır?

$f(x) = 2^x$ FONKSİYON GRAFİĞİ VE DEĞERLERİ

x = 3 → f(3) = 8	x = -1 → f(-1) = 1/2
x = 0 → f(0) = 1	f(3) - f(-1) = 8 - 0,5 = 7,5

Ⓐ $\frac{15}{2}$ Ⓑ $\frac{13}{2}$ Ⓒ $\frac{7}{2}$ Ⓓ 8

4 KISA CEVAP

$f(x) = (2a - 5)^x$ fonksiyonunun bir üstel fonksiyon belirtmesi için a'nın sağlaması gereken koşulu yazınız.

Geçerli Taban Koşulu	Tanımsız Durumlar
a > 0 ve a ≠ 1	a ≤ 0 veya a = 1
$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ tanımlıdır	Üstel fonksiyon belirtmez

_____

_____

5 TABLOYU TAMAMLA

Verilen üstel fonksiyonların x değerlerine karşılık gelen görüntülerini hesaplayarak tabloyu tamamlayınız.

x Değeri	$f(x) = 2^x$	$g(x) = (\frac{1}{2})^x$
-1	$\frac{1}{2}$	2
0	1	
1		$\frac{1}{2}$
2		

6 SIRALAMA

Görselde verilen üstel ifadelerin değerlerini küçükten büyüğe doğru 1'den 4'e kadar sıralayınız.

$2^{-2} = 1/4$	$2^{-1} = 1/2$	$2^{0} = 1$	$2^{2} = 4$
En küçük değer (0,25)	İkinci basamak (0,50)	Kesim değeri (1,00)	En büyük değer (4,00)

- ☐ $2^0 = 1$
- ☐ $2^{-1} = \frac{1}{2}$
- ☐ $2^{-2} = \frac{1}{4}$
- ☐ $2^2 = 4$

7 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki koordinat düzleminde verilen artan $f(x) = a^x$ ve azalan $g(x) = b^x$ grafiklerine göre a ve b tabanlarının büyüklük aralıkları aşağıdakilerden hangisidir?

TABANIN GRAFİK EĞRİSİNE ETKİSİ

$f(x) = a^x$ $(a > 1)$	$g(x) = b^x$ $(0 < b < 1)$
Soldan sağa ARTAN eğri	Soldan sağa AZALAN eğri

Ⓐ $a > 1$ ve $0 < b < 1$ Ⓑ $0 < a < 1$ ve $b > 1$

Ⓒ $a > 1$ ve $b > 1$ Ⓓ $a < 0$ ve $b > 0$

8 ŞİFRELİ KELİME

Görseldeki matematik ipuçlarından yararlanarak bulmacayı çözünüz. Turuncu anahtar kutulardaki harfleri birleştirerek üstel kavramı bulunuz.

ÜSTEL FONKSİYON KAVRAM PANOSU

TEK · ASİMPTOT · BİREBİR · ARTAN · NOKTA

İpuçlarını çözerek gizli matematik terimini (5 harf) bulunuz.

İki ile tam bölünemeyen tam sayı türü ☐☐☐

Eğrinin sonsuzda yaklaştığı ancak asla kesmediği doğru ☐☐☐☐☐☐☐☐

Her farklı girdiye farklı çıktı üreten fonksiyon özelliği ☐☐☐☐☐☐☐

Girdisi büyüdükçe çıktısı da daima büyüyen fonksiyon ☐☐☐☐☐

Koordinat düzleminde yer belirten boyutsuz geometrik öge ☐☐☐☐☐

Turuncu kutulardaki harfler yukarıdan aşağıya:

_____

9 KISA CEVAP

$f(x) = 5^x$ fonksiyonunun grafiğinin y eksenini kestiği noktanın koordinatlarını yazınız.

_____

10 EŞLEŞTİRME

Görseldeki fonksiyon kavramlarını üstel fonksiyonlardaki karşılıklarıyla eşleştiriniz.

Tanım Kümesi	Görüntü Kümesi	Bire Birlik	Örtenlik
Gerçek Sayılar	Pozitif Reel	Farklı girdiye farklı değer	Değer kümesi açıkta kalır

☐ 1. Tanım kümesi	**a)** Tüm gerçek sayılar kümesi ($\mathbb{R}$)
☐ 2. Değer kümesi	**b)** Farklı x değerlerinin daima farklı görüntülere gitmesi
☐ 3. Bire birlik	**c)** Pozitif gerçek sayılar kümesi ($\mathbb{R}^+$)
☐ 4. Örtenlik	**d)** Değer kümesindeki her pozitif elemanın bir eşleşeni olması

11 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Üstel fonksiyonların matematiksel modelleriyle ilgili yargılardan doğru olanlara D, yanlış olanlara Y işaretleyiniz.

	D	Y
Üstel fonksiyonların grafikleri hiçbir zaman x ekseninin altına inmez.	☐	☐
$f(x) = 1^x$ sabit fonksiyonu üstel fonksiyon sınıfına dâhil edilir.	☐	☐
$a > 1$ için x değerleri büyüdükçe a^x değerleri de büyür.	☐	☐
Bakteri çoğalması ve bileşik artış hesapları üstel modellerle ifade edilebilir.	☐	☐

12 AÇIK UÇLU · DÜŞÜN

Laboratuvardaki bakteri sayısının başlangıçta N olduğu ve her saat 3 katına çıktığı bilindiğine göre t saat sonraki bakteri sayısını veren üstel fonksiyonu yazınız.

_____