Logaritma Fonksiyonu, En Geniş Tanım Kümesi, Grafiği, 10 Tabanında ve Doğal Logaritma

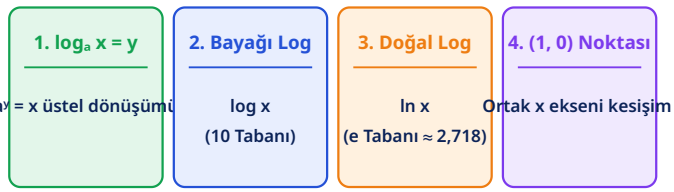
12.1.2.1. Logaritma fonksiyonu ile üstel fonksiyonu ilişkilendirerek problemler çözer. · 12.1.2.2. 10 ve e tabanında logaritma fonksiyonunu tanımlayarak problemler çözer.

HATIRLAYALIM

- $a > 0$ ve $a \neq 1$ olmak üzere $f(x) = a^x$ üstel fonksiyonunun ters fonksiyonuna logaritma fonksiyonu denir: $y = \log_a x \Leftrightarrow x = a^y$.
- $f(x) = \log_{g(x)} h(x)$ fonksiyonunun tanımlı olması için: $h(x) > 0$, $g(x) > 0$ ve $g(x) \neq 1$ koşulları aynı anda sağlanmalıdır.
- Tabanı 10 olan logaritmaya bayağı (onluk) logaritma ($\log x$), tabanı Euler sayısı e olan logaritmaya doğal logaritma ($\ln x$) denir.

1 EŞLEŞTİRME

Görseldeki logaritma türlerini sağ sütundaki temel matematiksel özellikleriyle eşleştiriniz.



☐ 1. $\log_a x = y$

☐ 2. log x (Bayağı log)

☐ 3. ln x (Doğal log)

☐ 4. x = 1 kesişim noktası

a) Tabanı irrasyonel e sayısı (≈ 2,718) olan logaritma

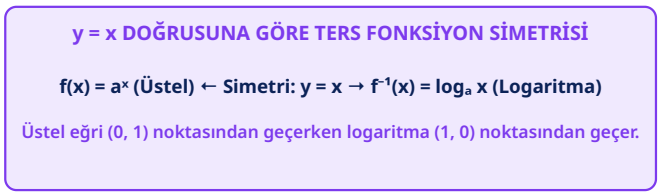
b) Tabanı 10 olan ve tabanı yazılmayan logaritma

c) $a^y = x$ üstel eşitliğinin logaritmik karşılığı

d) Tüm temel logaritma eğrilerinin x eksenini kestiği (1, 0) noktası

2 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

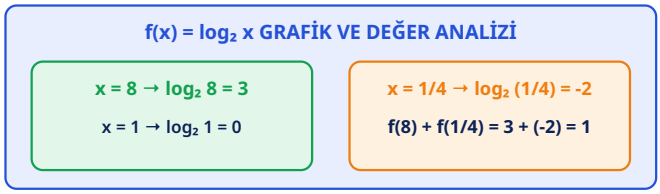
Görseldeki logaritma fonksiyonu grafik ilkelerine göre yargılardan doğru olanlara D, yanlış olanlara Y işaretleyiniz.



	D	Y
Logaritma fonksiyonu ile üstel fonksiyon birbirinin tersi olan fonksiyonlardır.	☐	☐
Negatif gerçek sayıların ve sıfırın reel sayılarda logaritması tanımlıdır.	☐	☐
Doğal logaritma fonksiyonunda $\ln e = 1$ ve $\ln 1 = 0$ eşitlikleri geçerlidir.	☐	☐
$f(x) = \log_a x$ grafiği y eksenini daima (0, 1) noktasında keser.	☐	☐

3 ÇOKTAN SEÇMELİ

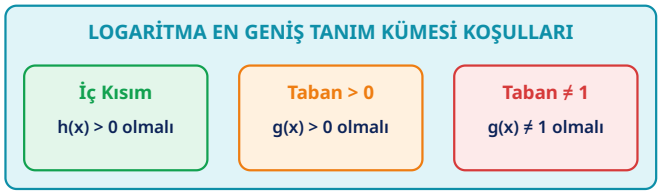
Görseldeki koordinat düzleminde $f(x) = \log_2 x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Bu fonksiyona göre $f(8) + f(\frac{1}{4})$ işleminin sonucu kaçtır?



Ⓐ 1 Ⓑ 2 Ⓒ 3 Ⓓ 4

4 KISA CEVAP

$f(x) = \log_3 (2x - 8)$ fonksiyonunun en geniş gerçek sayı tanım kümesini yazınız.



5 TABLOYU TAMAMLA

Tabandaki farklı logaritma fonksiyonlarının x değerlerine karşılık gelen görüntülerini hesaplayarak tabloyu tamamlayınız.

x Değeri	$f(x) = \log_2 x$	$g(x) = \ln x$
1	0	0
2	1	
e		1
4		

6 SIRALAMA

Görselde verilen logaritmik değerleri küçükten büyüğe doğru 1'den 4'e kadar sıralayınız.

$\log_2 (1/8)$	$\log_2 (1/2)$	$\log_2 1$	$\log_2 4$
Değer: -3 (En küçük)	Değer: -1 (Negatif)	Değer: 0 (Kesişim)	Değer: 2 (En büyük)

- ☐ $\log_2 (\frac{1}{2}) = -1$
- ☐ $\log_2 1 = 0$
- ☐ $\log_2 4 = 2$
- ☐ $\log_2 (\frac{1}{8}) = -3$

7 ÇOKTAN SEÇMELİ

$f(x) = \log_{x-2} (10 - x)$ fonksiyonunu tanımlı yapan kaç farklı x tam sayısı vardır?

TABAN BÜYÜKLÜĞÜNE GÖRE LOGARİTMA EĞRİSİ

$a > 1$ (Örnek: $\log_2 x$)	$0 < a < 1$ (Örnek: $\log_{1/2} x$)
Soldan sağa ARTAN grafik	Soldan sağa AZALAN grafik

Ⓐ 6 Ⓑ 5 Ⓒ 7 Ⓓ 8

8 ŞİFRELİ KELİME

Görseldeki matematik ipuçlarından yararlanarak bulmacayı çözünüz. Turuncu anahtar kutulardaki harfleri birleştirerek gizli matematiksel kavramı bulunuz.

LOGARİTMA VE FONKSİYON KAVRAM PANOSU

DÜŞEY · ONLUK · EĞRİ · ASİMPTOT · LOGARİTMA

İpuçlarını çözerek gizli matematiksel kavramı (5 harf) bulunuz.

- Logaritma grafiğinin yaklaştığı x = 0 asimptot çizgisi ☐☐☐☐☐
- On tabanına göre tanımlanan bayağı logaritma türü ☐☐☐☐☐
- Koordinat düzleminde logaritma fonksiyonunun çizim profili ☐☐☐☐☐
- Grafiğin sonsuza giderken yaklaştığı ama kesmediği doğru ☐☐☐☐☐☐☐☐
- Üstel fonksiyonun tersi olan temel cebirsel işlem dalı ☐☐☐☐☐☐☐☐

Turuncu kutulardaki harfler yukarıdan aşağıya:

_____

9 KISA CEVAP

$f(x) = \log_5 x$ fonksiyonunun x = 125 için aldığı değeri hesaplayınız.

_____

_____

10 EŞLEŞTİRME

Görseldeki logaritmik ifadeleri sayısal veya geometrik karşılıklarıyla eşleştiriniz.

Bayağı Log	Doğal Log	Düşey Asimptot	Uygulama Alanı
log 100 = 2	ln $e^4 = 4$	x = 0 (y ekseni)	pH, Desibel, Richter

☐ 1. log 100	**a)** Logaritma grafiğinin yaklaştığı fakat kesmediği y ekseni
☐ 2. ln e^4	**b)** Tabanı 10 olduğundan değeri 2'ye eşit olan ifade
☐ 3. Düşey asimptot x = 0	**c)** Tabanı e olduğundan değeri 4'e eşit olan doğal logaritma
☐ 4. Artan logaritma	**d)** Tabanı a > 1 olduğunda soldan sağa yükselen eğri

11 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Logaritma fonksiyonunun analitik özellikleriyle ilgili yargılardan doğru olanlara D, yanlış olanlara Y işaretleyiniz.

	D	Y
a > 1 ise $f(x) = \log_a x$ fonksiyonu artandır; 0 < a < 1 ise azalandır.	☐	☐
$y = \log_a x$ ile $y = a^x$ grafikler y = x doğrusuna göre simetriktir.	☐	☐
Logaritmanın tabanı pozitif olmak şartıyla 1 sayısına eşit olabilir.	☐	☐
Ses şiddeti düzeyi (desibel) ve deprem büyüklüğü logaritmik ölçekle hesaplanır.	☐	☐

12 AÇIK UÇLU · DÜŞÜN

$f(x) = a^x$ üstel fonksiyonu ile $f^{-1}(x) = \log_a x$ fonksiyonunun grafikleri arasındaki geometrik simetriyi açıklayınız.

_____

_____