Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri, Taban Değiştirme Kuralı ve Uygulamaları (12.1.2.3)

12.1.2.3. Logaritma fonksiyonunun özelliklerini kullanarak işlemler yapar.

HATIRLAYALIM

- Herhangi bir a tabanında 1'in logaritması sıfırdır ($\log^a 1 = 0$); tabanın kendisine göre logaritması 1'dir ($\log^a a = 1$, $\log 10 = 1$, $\ln e = 1$).
- Çarpımın logaritması toplamaya dönüşür: $\log^a(x \cdot y) = \log^a x + \log^a y$; bölümün logaritması farka dönüşür: $\log^a(\frac{x}{y}) = \log^a x - \log^a y$.
- Kuvvet kuralı: $\log^a(x^n) = n \cdot \log^a x$ ve $\log^{a^m}(x^n) = \frac{n}{m} \cdot \log^a x$.

1 EŞLEŞTİRME

Görseldeki logaritma cebirsel özelliklerini sağdaki denk eşitlikleriyle eşleştiriniz.

1. Çarpım Kuralı	2. Bölüm Kuralı	3. Taban Değişimi	4. Kuvvet Kuralı
$\log(x \cdot y) = \log x + \log y$	$\log(x/y) = \log x - \log y$	$\log_a b = \ln b / \ln a$	$\log(x^n) = n \cdot \log x$

b 1. Çarpımın Logaritması

c 2. Bölümün Logaritması

a 3. Taban Değiştirme

d 4. Kuvvet Kuralı

a) $\log^a b = \frac{\ln b}{\ln a}$

b) $\log^a(x \cdot y) = \log^a x + \log^a y$

c) $\log^a(\frac{x}{y}) = \log^a x - \log^a y$

d) $\log^a(x^n) = n \cdot \log^a x$

2 KISA CEVAP

Görseldeki $\log^2 24 - \log^2 3$ işleminin sayısal sonucunu yazınız.

LOGARİTMA BÖLÜM VE FARK UYGULAMASI

$\log_2 24 - \log_2 3 = \log_2 (24 / 3)$

$= \log_2 8 = \log_2 (2^3) = 3$

$\log^2(24/3) = \log^2 8 = 3$ olarak bulunur.

3 AÇIK UÇLU · DÜŞÜN

$\log^a(x \cdot y)$ ifadesinin neden $\log_a x + \log_a y$ biçiminde toplamaya dönüştüğünü üslü sayılar mantığıyla açıklayınız.

Üslü sayılar çarpılırken üsler toplandığı için.

4 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki logaritma zincir kuralı panosuna göre, $\log^2 3 \cdot \log^3 4 \cdot \log^4 8$ çarpımının sayısal değeri kaçtır?

LOGARİTMA ZİNCİR ÇARPIM KURALI

$\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 8 = \log_2 8$

Sonuç: $\log_2 (2^3) = 3 \cdot \log_2 2 = 3$

A 3 B 2 C 4 D 1

5 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Görseldeki logaritma kurallarına göre yargılardan doğru olanlara D, yanlış olanlara Y işaretleyiniz.

ÖZEL LOGARİTMA DEĞERLERİ

Sıfır Değeri	Birim Değer
$\log_a 1 = 0$ (Her tabanda)	$\log_a a = 1 \cdot \ln e = 1$

	D	Y
Her pozitif a tabanında ($a \neq 1$) $\log_a 1$ değeri daima 0'a eşittir.	✓	
$\log_a (x + y)$ ifadesi $\log_a x + \log_a y$ ifadesine daima eşittir.		✓
$\ln e$ değeri doğal logaritma tabanında 1'e eşittir.	✓	
$\log_a b$ ifadesi $1 / \log_b a$ şeklinde ters çevrilebilir.	✓	

6 KISA CEVAP

Doğal logaritma fonksiyonunun tabanı olan ve yaklaşık 2,718 değerine sahip sayının simgesini yazınız.

e sayısıdır (Euler sayısı).

7 TABLOYU TAMAMLA

Logaritmik ifadelerin tanımlılık durumlarını x değişkeninin aralığına göre tabloda işaretleyiniz.

Özellik / Kriter	x > 3 Aralığında Tanımlı	x < 3 Aralığında da Tanımlı Olabilir
$\log^{2}(x - 3)$ ifadesi	✓	—
$\log^{(x-2)}(5)$ ifadesi	✓	—
$\log^{3}(6 - x)$ ifadesi	—	✓
ln(x) ifadesi	—	✓

8 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Logaritmik fonksiyon işlemlerine dair yargılardan doğru olanlara D, yanlış olanlara Y işaretleyiniz.

	D	Y
1'den büyük bir tam sayının onluk logaritmasının tam kısmına 1 eklenerek basamak sayısı bulunur.	☑	☐
log(a / b) işlemi (log a) / (log b) bölüm işlemine eşdeğerdir.	☐	☑
Tabanı 1'den büyük olan logaritma fonksiyonu artandır.	☑	☐
Taban 0 ile 1 arasındayken x büyüdükçe logaritma değeri artar.	☐	☑

9 ŞİFRELİ KELİME

Görseldeki logaritma ipuçlarından yararlanarak bulmacayı çözünüz. Turuncu anahtar kutulardaki harflerle şifrelenmiş logaritma bileşenini bulunuz.

LOGARİTMA KAVRAM BULMACASI

TANIM · ASİMPTOT · BÖLÜM · ARTAN · NEPER

İpuçlarını çözerek gizli logaritma bileşenini (5 harf) bulunuz.

- Logaritma fonksiyonunun varlık ve değer koşulu — T A N I M
- Logaritma grafiğinin yaklaştığı ama değmediği sınır — A S İ M P T O T
- Logaritmada farka dönüşen kesirli işlem — B Ö L Ü M
- Taban 1'den büyükken fonksiyonun grafik eğilimi — A R T A N
- Doğal logaritmanın mucidi İskoç matematikçi — N E P E R

Turuncu kutulardaki harfler yukarıdan aşağıya:

TABAN

10 SIRALAMA

Görseldeki logaritmik değerleri küçükten büyüğe doğru 1'den 4'e kadar sıralayınız.

LOGARİTMA DEĞERLERİ BÜYÜKLÜK SIRALAMASI

$\log_2 2 = 1$ < $\log_2 8 = 3$ < $\log_2 16 = 4$ < $\log_2 32 = 5$

3 $\log^{2} 16 = 4$

4 $\log^{2} 32 = 5$

2 $\log^{2} 8 = 3$

1 $\log^{2} 2 = 1$

11 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki taban değiştirme kuralına göre, log 2 = x ve log 3 = y olduğuna göre $\log^{2} 3$ ifadesinin x ve y türünden eşiti hangisidir?

TABAN DEĞİŞTİRME ÖZDEŞLİĞİ

log_a b = (log b) / (log a)

log 2 = x ve log 3 = y ise $\log_2 3 = y / x$

A $\frac{y}{x}$

B $\frac{x}{y}$

C $x \cdot y$

D $x + y$

12 EŞLEŞTİRME

Görseldeki üslü-logaritmik ifadeleri sayısal değerleriyle eşleştiriniz.

1. a^(log_a x)	2. e^(ln 5)	3. 10^(log 9)	4. 2^($\log_2$ 7)
= x (Doğrudan)	= 5 (Doğal taban)	= 9 (Onluk taban)	= 7 (İkili taban)

b 1. $2^{\log^{2} 7}$

d 2. $e^{\ln 5}$

a 3. $10^{\log 9}$

c 4. $3^{\log^{3} 4}$

a) Onluk taban sadeleştiğinde sonuç 9'dur

b) Tabanlar aynı olduğundan sonuç 7'dir

c) Taban özelliği gereği sonuç 4'tür

d) Doğal taban sadeleştiğinde sonuç 5'tir