10 ve e Tabanında Logaritma (Adi ve Doğal Logaritma), Özellikleri ve Taban Değiştirme (12.1.2.3)

12.1.2.3. Logaritma fonksiyonunun özelliklerini kullanarak işlemler yapar.

HATIRLAYALIM

- 10 tabanındaki logaritmaya onluk (adi) logaritma denir ve taban yazılmadan log x biçiminde gösterilir (log 10 = 1, log 100 = 2, log 1 = 0).
- e (Euler sayısı ≈ 2,718) tabanındaki logaritmaya doğal logaritma denir ve ln x biçiminde gösterilir (ln e = 1, ln 1 = 0).
- Taban değiştirme kuralı: $\log_a b = \frac{\log b}{\log a} = \frac{\ln b}{\ln a} = \frac{1}{\log_b a}$ biçiminde yazılır.

1 EŞLEŞTİRME

Görseldeki adi ve doğal logaritma ifadelerini sayısal değerleriyle eşleştiriniz.

1. log 1000	2. ln (e^2)	3. log 0,01	4. ln (1/e)
= 3 (10^3)	= 2 (Doğal taban)	= -2 (10^{-2})	= -1 (e^{-1})

b 1. log 1000

d 2. ln (e^2)

a 3. log 0,01

c 4. ln (1/e)

a) 10^{-2} olduğundan sonuç -2'dir

b) 10^3 olduğundan sonuç 3'e eşittir

c) e^{-1} olduğundan sonuç -1'dir

d) Üs başa çarpan indiğinden sonuç 2'dir

2 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Görseldeki adi ve doğal logaritma ilkelerine göre yargılardan doğru olanlara D, yanlış olanlara Y işaretleyiniz.

LOGARİTMA İŞARET ANALİZİ

x > 1 İse	0 < x < 1 İse
log x > 0 ve ln x > 0	log x < 0 ve ln x < 0

	D	Y
Onluk logaritma tabanı belirtilmediğinde taban 10 kabul edilir.	☑	☐
ln 1 değeri doğal logaritma kuralına göre e sayısına eşittir.	☐	☑
log(a · b) işlemi log a + log b toplamına eşdeğerdir.	☑	☐
ln(x / y) ifadesi (ln x) / (ln y) kesrine eşittir.	☐	☑

3 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki taban değiştirme kuralı panosuna göre $\frac{1}{\log_2 12} + \frac{1}{\log_3 12} + \frac{1}{\log_2 12}$ benzeri taban takasıyla

TABAN TAKAS VE TOPLAM UYGULAMASI

$1/\log_2 30 + 1/\log_3 30 + 1/\log_5 30$

$= \log_{30} 2 + \log_{30} 3 + \log_{30} 5 = \log_{30} 30 = 1$

A 1 B 2 C 3 D 0

4 KISA CEVAP

Görseldeki ln(e^5) - log(100) işleminin sayısal sonucunu yazınız.

DOĞAL VE ONLUK LOGARİTMA İŞLEMİ

ln(e^5) = 5	log(100) = 2
e tabanında 5	Fark: 5 - 2 = 3

5 - 2 = 3 olarak bulunur.

5 TABLOYU TAMAMLA

Logaritmik değerlerin işaretini (Pozitif / Negatif) tabloda işaretleyiniz.

Özellik / Kriter	Pozitif Değerlidir (> 0)	Negatif Değerlidir (< 0)
log 5 değeri	✓	—
log 0,3 değeri	—	✓
ln 4 değeri	✓	—
ln 0,5 değeri	—	✓

6 SIRALAMA

Görseldeki logaritmik değerleri küçükten büyüğe doğru 1'den 4'e kadar sıralayınız.

ONLUK LOGARİTMA KUVVET SIRALAMASI

log 1 = 0 < log 10 = 1 < log 100 = 2 < log 1000 = 3

[2] log 10 = 1
[1] log 1 = 0
[4] log 1000 = 3
[3] log 100 = 2

7 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki basamak sayısı panosuna göre log 2 ≈ 0,301 olduğuna göre 2^{40} sayısı kaç basamaklı bir doğal sayıdır?

LOGARİTMA İLE BASAMAK SAYISI HESABI

$\log(2^{40}) = 40 \cdot \log 2 \approx 40 \cdot 0{,}301 = 12{,}04$

Tam Kısım = 12 → Basamak Sayısı = 12 + 1 = 13

(A) 13 basamaklıdır
(B) 12 basamaklıdır
(C) 14 basamaklıdır
(D) 11 basamaklıdır

8 ŞİFRELİ KELİME

Görseldeki matematik ipuçlarından yararlanarak bulmacayı çözünüz. Turuncu anahtar kutulardaki harflerle şifrelenmiş logaritma bilginini bulunuz.

LOGARİTMA KAVRAM BULMACASI

NOKTA · EĞRİ · POZİTİF · EŞİTLİK · REEL

İpuçlarını çözerek gizli matematik bilgininin soyadını (5 harf) bulunuz.

Grafik üzerinde koordinatları verilen yer imi — N O K T A
Logaritma ve üstel fonksiyonların grafik çizgisi — E Ğ R İ
Logaritmanın tanım kümesindeki sayıların işareti — P O Z İ T İ F
İki cebirsel ifadenin birbirine denk olma durumu — E Ş İ T L İ K
Karmaşık olmayan gerçek sayılar kümesi — R E E L

Turuncu kutulardaki harfler yukarıdan aşağıya:

NEPER

9 KISA CEVAP

Tabanı Euler sayısı (e) olan doğal logaritma fonksiyonunun simgesini yazınız.

ln simgesidir.

10 EŞLEŞTİRME

Görseldeki taban değiştirme denkliklerini eşleştiriniz.

1. $\log_2 5$	2. $\log_3 7$	3. $1 / \log_5 2$	4. e^(ln 8)
ln 5 / ln 2	log 7 / log 3	$\log_2 5$	= 8 (Doğal)

[c] 1. $\log_2 5$
[d] 2. $\log_3 7$
[a] 3. $1 / \log_5 2$
[b] 4. e^(ln 8)

a) $\log_2 5$ taban takasına eşittir
b) Doğal taban özelliğiyle 8'e eşittir
c) $\frac{\ln 5}{\ln 2}$ oranına eşittir
d) $\frac{\log 7}{\log 3}$ oranına eşittir

11 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Logaritma özellikleri ve basamak analizine dair yargılardan doğru olanlara D, yanlış olanlara Y işaretleyiniz.

	D	Y
log x değeri 4 ile 5 arasında olan bir tam sayı 5 basamaklıdır.	☑	☐
$\ln(e^3)$ ifadesi e ile çarpılarak 3e şeklinde yazılır.	☐	☑
$\log(x^n) = n \cdot \log x$ eşitliğinde n başa çarpan olarak geçer.	☑	☐
Tabanı e olan doğal logaritma fonksiyonu azalan bir fonksiyondur.	☐	☑

12 AÇIK UÇLU · DÜŞÜN

1'den büyük bir tam sayının basamak sayısının onluk logaritmasıyla nasıl hesaplandığını açıklayınız.

Sayının onluk logaritması alınır; tam kısmına 1 eklenerek.