DERS KUTUSU
DERSKUTUSU.COM

ÇALIŞMA KÂĞIDI CEVAPLI

12. Sınıf · Matematik · 6. Hafta

Ad Soyad: _____
Sınıf / No: _____
Tarih: _____

Üstel ve Logaritmik Fonksiyonlarla Gerçek Hayat Durumlarını Modelleme

Üstel büyüme (nüfus artışı, bakteri çoğalması, bileşik faiz) ve üstel azalma (radyoaktif yarılanma) süreçlerini modeller. · Deprem büyüklüğü (Richter), asitlik derecesi (pH) ve ses düzeyi (desibel) gibi nicelikleri logaritmik fonksiyonlarla hesaplar. · Üstel bir modelde bilinmeyen zaman (t) değişkenini logaritma alma işlemiyle çözer.

HATIRLAYALIM

- Radyoaktif yarılanma modelinde kalan kütle $M(t) = M_0 . (\frac{1}{2})^{\frac{t}{T}}$, bakteri bölünmesinde $N(t) = N_0 . 2^{\frac{t}{T}}$ bağıntısıyla bulunur.
- Richter ölçeğinde $M = \log(\frac{I}{I_0})$ olup büyüklük 1 birim artarsa deprem yoğunluğu 10 katına çıkar ($\frac{I_1}{I_2} = 10^{M_1-M_2}$).
- Kimyada $pH = -\log[H^+]$ ($[H^+] = 10^{-pH}$) ve ses düzeyinde $L = 10 . \log(\frac{I}{I_0})$ desibel (dB) bağıntıları kullanılır.

1 EŞLEŞTİRME

Gerçek hayat durumlarını modelleyen matematiksel bağıntıları eşleştiriniz.

Richter Ölçeği	pH Ölçeği	Desibel (dB)	Yarı Ömür
$M = \log(I / I0)$	$pH = -\log[H^+]$	$L = 10.\log(I / I0)$	$M = M0.(1/2)^{(t/T)}$

b 1. $M = \log(\frac{I}{I_0})$

d 2. $pH = -\log[H^+]$

a 3. $L = 10 . \log(\frac{I}{I_0})$

c 4. $M(t) = M_0 . (\frac{1}{2})^{\frac{t}{T}}$

a) Desibel (dB) cinsinden ses şiddeti düzeyi
b) Richter deprem büyüklüğü ölçeği
c) Radyoaktif yarı ömür (üstel azalma) modeli
d) Sulu çözeltilerin asitlik-bazlık ölçeği

2 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Üstel ve logaritmik modellerle ilgili ifadelerden doğru olanlara D, yanlış olanlara Y yazınız.

k > 0 / k < 0	Yarı Ömür	[H+] Artarsa	Eşik I = I0
Büyüme / Azalma	Asla sıfırlanmaz	pH küçülür (Asit)	$L = 10.\log(1) = 0$ dB

	D	Y
$N(t) = N_0 . e^{k.t}$ modelinde $k > 0$ ise üstel büyüme, $k < 0$ ise üstel azalma gerçekleşir.	✓	
Radyoaktif bir maddenin tamamı 2 yarı ömür süresi sonunda tamamen yok olur (0 grama düşer).		✓
Bir çözeltide hidrojen iyonu derişimi $[H^+]$ arttıkça pH değeri küçülür ve asitlik artar.	✓	
İşitme eşiğindeki ($I = I_0$) bir sesin desibel ölçeğindeki düzeyi 0 dB'dir.	✓	

3 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki Richter ölçeğine göre büyüklüğü 7,2 olan bir depremin sarsıntı yoğunluğu, büyüklüğü 5,2 olan depremin kaç katıdır?

RİCHTER DEPREM ÖLÇEĞİ · YOĞUNLUK ORANI HESABI

1. Deprem: M1=7,2	2. Deprem: M2=5,2	Yoğunluk Oranı
Yoğunluk: I1	Fark: 7,2 - 5,2 = 2	$I1 / I2 = 10^2 = 100$ kat

A) 100 B) 2 C) 20 D) 1000

4 KISA CEVAP

Nüfusu $P(t) = P_0 . e^{0,05.t}$ ile modellenen bir şehrin nüfusu kaç yıl sonra başlangıç nüfusunun 3 katına çıkar?

ÜSTEL BÜYÜME DENKLEMİNDE ZAMANI (t) LOGARİTMAYLA ÇÖZME

P(t) = P0 . e^(0,05.t) = 3.P0 --> e^(0,05.t) = 3 --> 0,05.t = ln 3

Her iki tarafın doğal logaritması (ln) alınarak t = ln 3 / 0,05 = 20.ln 3 bulunur.

$e^{0,05.t} = 3$ eşitliğinde her iki tarafın doğal logaritması alınırsa $0,05.t = \ln 3 \rightarrow t = 20.\ln 3$ yıl bulunur.

5 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki ses düzeyi bağıntısına göre tek bir makinenin ses düzeyi 60 dB iken özdeş 100 makine birlikte çalıştığında kaç dB olur?

SES ŞİDDETİ DÜZEYİ (DESİBEL) · ÇOKLU KAYNAK HESABI

1 Makine: L1 = 10.log(I / I0) = 60 dB | 100 Makine: I_yeni = 100 . I

L_yeni = 60 + 10.log(100) = 60 + 10.2 = 80 dB (Şiddet 100 kat -> +20 dB).

A) 80 dB B) 62 dB C) 160 dB D) 600 dB

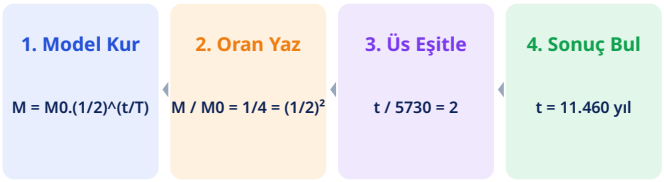
6 TABLOYU TAMAMLA

Üstel ve logaritmik modellere göre verilen gerçek hayat problemlerinin sonuçlarını tabloya yazınız.

Problem Durumu	Verilen Değerler	Hesaplanan Sonuç
Bakteri Çoğalması	$N_0 = 500$, her 30 dk'da 2 kat, t = 2 saat	$500 \cdot 2^4 = 8000$ bakteri
Radyoaktif Yarılanma	$M_0 = 160$ g, yarı ömür T = 15 yıl, t = 45 yıl	$160 \cdot (\frac{1}{2})^3 = 20$ g kalır
Çözelti pH Hesabı	$[H^+] = 10^{-4}$ mol/L	$pH = -\log(10^{-4}) = 4$
Ses Düzeyi (Desibel)	$I = 10^{-5}$ W/m², $I_0 = 10^{-12}$ W/m²	$L = 10 \cdot \log(10^7) = 70$ dB

7 SIRALAMA

Görseldeki Karbon-14 (yarı ömrü T = 5730 yıl) yaş tayini probleminin çözüm adımlarını sırasına diziniz.



4 $\frac{t}{5730} = 2$ denkleminden fosil yaşını t = 11.460 yıl olarak bulma

1 $M(t) = M_0 \cdot (\frac{1}{2})^{\frac{t}{T}}$ yarılanma bağıntısını yazma

3 $(\frac{1}{2})^2 = (\frac{1}{2})^{\frac{t}{5730}}$ eşitliğinden üsleri birbirine eşitleme

2 Kalan C-14 oranı %25 olduğundan $\frac{M(t)}{M_0} = \frac{1}{4}$ değerini yerine koyma

8 ŞİFRELİ KELİME

İpuçlarına karşılık gelen kavramları yazarak anahtar kelimeyi bulunuz.

Üstel fonksiyonun tersi olan matematiksel fonksiyon (9 harf) L O G A R İ T M A

2,718... yaklaşık değerine sahip doğal logaritma tabanı, ___ sayısı (5 harf) E U L E R

Değişkeni üste bulunan ax biçimindeki fonksiyon türü (5 harf) Ü S T E L

Turuncu kutulardaki harfler yukarıdan aşağıya:

LLÜ

9 AÇIK UÇLU · DÜŞÜN

Hidrojen iyonu derişimi $[H^+] = 2 \cdot 10^{-4}$ mol/L olan limon suyunun pH değerini hesaplayınız. (log 2 = 0,3 alınız.)

$pH = -\log(2 \cdot 10^{-4}) = -(\log 2 + \log 10^{-4}) = -(0,3 - 4) = 3,7$ bulunur.

10 BOŞLUK DOLDURMA

Cümlelerdeki boşlukları kutudaki kavramlarla tamamlayınız.

RADYOAKTİF BOZUNMA, pH VE DOĞAL LOGARİTMA (ln)

Yarı Ömür (T) · pH < 7 Asidik Çözelti · e Tabanında Doğal Logaritma (ln)

Üstel denklemlerde taban e ise ln, taban 10 ise bayağı logaritma (log) kullanılır.

doğal · asidik · yarı · bazik

1. Radyoaktif bir elementin kütlesinin yarıya inmesi için geçen süreye ___yarı___ ömür denir.
2. 25 °C sıcaklıkta pH değeri 7'den küçük olan sulu çözeltiler ___asidik___ özellik gösterir.
3. e tabanlı üstel bir denklemde üsteki zamanı bulmak için eşitliğin ___doğal___ logaritması (ln) alınır.

11 EŞLEŞTİRME

Logaritmik ölçeklerdeki değişimleri karşılık gelen kat oranlarıyla eşleştiriniz.

Richter +3	pH -2 Azalma	Ses +30 dB	3 Yarı Ömür
$10^3 = 1000$ kat genlik	$10^2 = 100$ kat [H+]	$10^3 = 1000$ kat şiddet	$(1/2)^3 = 1/8$ kütle

c 1. Richter büyüklüğünün 3 birim artması

d 2. Çözelti pH değerinin 2 birim azalması

a 3. Ses düzeyinin 30 dB artması

b 4. 3 yarı ömür (3T) süre geçmesi

a) Ses şiddetinin (I) 10^3 = 1000 katına çıkması

b) Radyoaktif kütlenin $\frac{1}{8}$ 'ine düşmesi

c) Deprem sarsıntı genliğinin $10^3 = 1000$ katına çıkması

d) [H+] iyon derişiminin $10^2 = 100$ katına çıkması

12 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Logaritmik hesaplamalarla ilgili ifadelerden doğru olanlara D, yanlış olanlara Y yazınız.

	D	Y
pH = 5 olan kahvenin [H+] derişimi, pH = 8 olan deniz suyunun 1000 katıdır.	☑	☐
Richter ölçeğine göre 8 büyüklüğündeki deprem, 4 büyüklüğündeki depremden 2 kat şiddetlidir.	☐	☑
Başlangıçta 96 g olan radyoaktif izotop 24 günde 6 g'a düşüyorsa yarı ömrü 6 gündür.	☑	☐
Bileşik faiz hesaplamalarında anapara zamanla doğrusal değil üstel olarak büyür.	☑	☐