Gerçek Sayı Dizileri, Sonlu-Sabit-Eşit Diziler ve İndirgemeli Diziler

Dizi kavramını fonksiyonlarla ilişkilendirerek açıklar ve genel terimi verilen bir dizinin terimlerini bulur. · Sonlu dizi, sabit dizi ve eşit dizileri tanımlayarak bunlarla ilgili işlemler yapar. · İndirgemeli dizileri, Fibonacci sayı dizisini, üçgensel ve karesel sayı dizilerini örneklerle inceler.

HATIRLAYALIM

- Tanım kümesi Z+ = {1, 2, 3, ...} olan her f : Z+ → R fonksiyonuna gerçek sayı dizisi, f(n) = a_n ifadesine ise dizinin genel terimi denir.
- Sabit dizide tüm terimler eşittir: $a_n = \frac{p.n + r}{s.n + t}$ sabit dizi ise $\frac{p}{s} = \frac{r}{t}$ olur; her $n \in Z+$ için $a_n = b_n$ ise diziler eşittir.

1 EŞLEŞTİRME

Özel sayı dizilerini genel terimleri veya indirgeme bağıntılarıyla eşleştiriniz.

Üçgensel Dizi	Karesel Dizi	Fibonacci	Sabit Dizi
$n\cdot(n+1) / 2$	$b_n = n^2$ (1,4,9..)	$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$	p/s = r/t koşulu

b 1. Üçgensel Sayı Dizisi
c 2. Karesel Sayı Dizisi
a 3. Fibonacci Sayı Dizisi

a) $F_1 = 1$, $F_2 = 1$ ve $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$
b) $a_n = \frac{n . (n + 1)}{2}$ → (1, 3, 6, 10, 15, ...)
c) $b_n = n^2$ → (1, 4, 9, 16, 25, ...)

2 KISA CEVAP

Genel terimi $a_n = \frac{6n - k}{2n + 4}$ olan (a_n) dizisi sabit dizi olduğuna göre k gerçek sayısı ve dizinin 10. terimi (a_{10}) kaçtır?

SABİT DİZİ: TÜM TERİMLERİ BİRBİRİNE EŞİT DİZİ (an = c)

an = (p·n + r) / (s·n + t) sabit dizi ise: p / s = r / t = c olur.

Örnek: (6n - k) / (2n + 4) sabit ise 6/2 = -k/4 → k = -12 ve an = 3

Sabit dizide $\frac{6}{2} = \frac{-k}{4}$ eşitliğinden k = -12 bulunur; tüm terimler $\frac{6}{2} = 3$ olduğundan $a_{10} = 3$'tür.

3 TABLOYU TAMAMLA

Verilen özel sayı dizilerinin 4, 5 ve 6. terimlerini hesaplayarak tabloyu tamamlayınız.

Dizi Adı ve Kuralı	İlk Üç Terimi	4, 5 ve 6. Terimleri
Üçgensel Dizi: $\frac{n.(n+1)}{2}$	1, 3, 6	10, 15, 21
Karesel Dizi: n^2	1, 4, 9	16, 25, 36
Fibonacci: $F_n=F_{n-1}+F_{n-2}$	1, 1, 2	3, 5, 8
Aritmetik Kural: 2n + 1	3, 5, 7	9, 11, 13

4 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki kurallara göre aşağıda verilen ifadelerden hangisi bir gerçek sayı dizisinin genel terimi olamaz?

GERÇEK SAYI DİZİSİ TANIM KÜMESİ KOŞULU (f : Z+ → R)

Her $n \in Z+ = \{1, 2, 3, ...\}$ için f(n) = an bir gerçek sayı olmalıdır.

Paydayı pozitif tam sayıda sıfır yapan (ör. n - 4 = 0 → n = 4) ifadeler dizi belirtmez!

A $a_n = \frac{n + 2}{n - 4}$
B $b_n = \frac{2n + 1}{n + 3}$
C $c_n = n^2 - 3n + 5$
D $d_n = (-1)^n . (n + 1)$

5 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Gerçek sayı dizileriyle ilgili ifadelerden doğru olanlara D, yanlış olanlara Y yazınız.

Tanım Kümesi	Genel Terim	5. Üçgensel	7. Fibonacci
Z+ = {1,2,3,...}	Kural şarttır	5·6 / 2 = 15	5 + 8 = 13

	D	Y
Gerçek sayı dizilerinin tanım kümesi pozitif tam sayılar kümesidir (Z+).	✓	
Sadece ilk üç terimi 2, 4, 6 olarak verilen bir dizinin 4. terimi genel terim verilmeden de kesinlikle 8'dir.		✓
Üçgensel sayı dizisinin 5. terimi $a_5 = \frac{5 . 6}{2} = 15$'tir.	✓	
Fibonacci sayı dizisinde 1, 1, 2, 3, 5, 8 terimlerinden sonra gelen 7. terim 13'tür.	✓	

6 AÇIK UÇLU · DÜŞÜN

$f(x) = \frac{1}{x - 5}$ fonksiyonunun neden bir gerçek sayı dizisi belirtmediğini, $g(n) = \frac{1}{2n - 5}$ ifadesinin ise neden dizi belirttiğini açıklayınız.

f(n), $n = 5 \in Z+$ için tanımsızdır; g(n)'de ise 2n - 5 = 0 kökü $2,5 \notin Z+$ olduğundan her pozitif tam sayıda tanımlıdır.

7 SIRALAMA

Görseldeki $a_1 = 2$ ve $a_{n+1} = a_n + 3n$ indirgemeli dizisinin ilk 4 terimini küçükten büyüğe doğru sıralayınız.



2 2. Terim: $a_2 = a_1 + 3(1) = 2 + 3 = 5$

3 3. Terim: $a_3 = a_2 + 3(2) = 5 + 6 = 11$

4 4. Terim: $a_4 = a_3 + 3(3) = 11 + 9 = 20$

1 1. Terim: $a_1 = 2$ (Başlangıç terimi)

8 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki $A_5 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinde tanımlı $a_n = 3n - 2$ sonlu dizisinin terimleri toplamı kaçtır?

5 TERİMLİ SONLU DİZİ: A5 = {1, 2, 3, 4, 5} → R

Genel Terim: an = 3n - 2 → Terimler: (1, 4, 7, 10, 13)

Sadece ilk k pozitif tam sayıda tanımlanan dizilere sonlu dizi denir.

A 35 B 30 C 40 D 45

9 BOŞLUK DOLDURMA

Cümlelerdeki boşlukları kutudaki kavramlarla tamamlayınız.

DİZİ TÜRLERİ: İNDİRGEMELİ · EŞİT · SONLU DİZİ

İndirgemeli: Önceki terimle tanımlı · Eşit: an = bn · Sonlu: Ak kümesinde

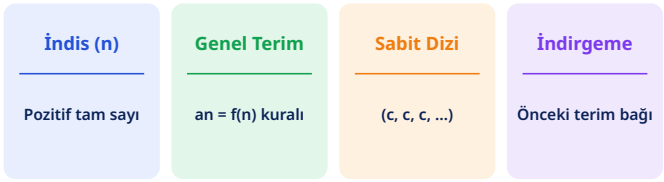
Her indirgemeli dizide terimleri bulmak için başlangıç terimi verilir.

indirgemeli | eşit | üçgensel | sonlu

1. Her terimi kendinden önceki terimler cinsinden tanımlanan dizilere ___indirgemeli___ dizi denir.
2. Karşılıklı bütün terimleri birbirine eşit olan ($a_n = b_n$) dizilere ___eşit___ diziler denir.
3. Tanım kümesi $A_k = \{1, 2, ..., k\}$ olan dizilere k terimli ___sonlu___ dizi adı verilir.

10 EŞLEŞTİRME

Dizilerle ilgili temel kavramları tanımlarıyla eşleştiriniz.



b 1. İndis (n)

c 2. Genel Terim (a_n)

a 3. Sabit Dizi

a) Bütün terimleri aynı c gerçek sayısına eşit olan (c, c, c, ...) dizisi

b) Dizinin tanım kümesindeki pozitif tam sayı sıra numarası ($n \in Z+$)

c) Dizinin n. terimini tek ve kesin biçimde belirleyen kural

11 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Özel sayı dizileri ve özellikleri ile ilgili ifadelerden doğru olanlara D, yanlış olanlara Y yazınız.

	D	Y
1'den başlayan ardışık n tane tek doğal sayının toplamı n. karesel sayıyı (n^2) verir.	☑	☐
Gerçek sayı dizilerinde n yerine negatif tam sayılar veya sıfır yazılabilir.	☐	☑
Ardışık iki üçgensel sayının toplamı daima bir karesel sayıya eşittir ($a_n + a_{n+1} = (n+1)^2$).	☑	☐
$a_n = \sqrt{n - 3}$ ifadesi n = 1 ve n = 2 için gerçek sayı belirtmediğinden dizi değildir.	☑	☐

12 ŞİFRELİ KELİME

İpuçlarına karşılık gelen kavramları yazarak anahtar kelimeyi bulunuz.

Tanım kümesi pozitif tam sayılar (Z+) olan fonksiyon (4 harf) — D İ Z İ

Dizideki a(n) ifadesinde n pozitif tam sayısına verilen ad (5 harf) — İ N D İ S

Bütün terimleri birbirine eşit olan dizi türü (5 harf) — S A B İ T

Turuncu kutulardaki harfler yukarıdan aşağıya:

___DİS___