Genel Terimi veya İndirgeme Bağıntısı Verilen Sayı Dizileri, Aritmetik Dizi ve Özellikleri (12.2.1.2 & 12.2.1.3)

Genel terimi veya indirgeme bağıntısı verilen sayı dizilerinin terimlerini, işaretlerini ve tam sayı olan terimlerini bulur. · Aritmetik dizinin tanımını yaparak ortak fark ve genel terim bağıntısını problem çözümlerinde uygular. · Aritmetik dizinin özelliklerini ve ilk n terim toplamı (S_n) formülünü gerçek hayat ve matematik problemlerinde kullanır.

HATIRLAYALIM

- Bir terimi önceki terimler cinsinden verilen dizilere indirgemeli dizi denir; ardışık terimleri arasındaki farkı sabit (d) olan diziler aritmetik dizidir.
- Aritmetik dizide genel terim $a_n = a_1 + (n - 1)\cdot d = a_p + (n - p)\cdot d$ olup indisler toplamı eşit olan terimlerin toplamları eşittir.
- Aritmetik dizinin ilk n terim toplamı $S_n = \frac{n}{2}\cdot(a_1 + a_n) = \frac{n}{2}\cdot[2a_1 + (n - 1)\cdot d]$ ve n. terimi $a_n = S_n - S_{n-1}$ bağıntısıyla bulunur.

1 EŞLEŞTİRME

Sayı dizileri ve aritmetik dizi kavramlarını matematiksel bağıntılarıyla eşleştiriniz.

Ortak Fark (d)	Genel Terim	Toplam (S_n)	Terim Farkı
$a_{(n+1)} - a_n$	$a_1 + (n - 1)\cdot d$	$(n/2)\cdot(a_1 + a_n)$	$a_n = S_n - S_{(n-1)}$

b 1. Ortak Fark (d)

a 2. $a_1 + (n - 1)\cdot d$

c 3. $\frac{n}{2}\cdot(a_1 + a_n)$

a) İlk terimi a_1 ve ortak farkı d olan aritmetik dizinin genel terimi

b) Aritmetik dizide ardışık iki terim arasındaki sabit fark ($a_{n+1} - a_n$)

c) Aritmetik dizinin ilk n teriminin toplamını (S_n) veren formül

2 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Diziler ve aritmetik dizi özellikleriyle ilgili ifadelerden doğru olanlara D, yanlış olanlara Y yazınız.

$a_n = 5n - 2$	Orta Terim	Toplamdan Terim	$(n-7)/(n+2) < 0$
Ortak fark d = 5	$(a_4 + a_{12})/2 = a_8$	$a_7 = S_7 - S_6$	$n \in \{1..6\} \rightarrow$ 6 terim

	D	Y
Genel terimi $a_n = 5n - 2$ olan bir aritmetik dizinin ortak farkı d = 5'tir.	☑	☐
Bir aritmetik dizide a_4 ile a_{12} terimlerinin aritmetik ortalaması a_8 terimine eşittir.	☑	☐
İlk n terim toplamı S_n olan bir dizide 7. terim $a_7 = S_7 + S_6$ bağıntısıyla bulunur.	☐	☑
Genel terimi $a_n = \frac{n - 7}{n + 2}$ olan dizinin negatif olan 6 tane terimi vardır.	☑	☐

3 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki (a_n) aritmetik dizisinde $a_5 = 14$ ve $a_{12} = 35$ olduğuna göre bu dizinin 20. terimi (a_{20}) kaçtır?

ARİTMETİK DİZİDE $a_5 = 14$ VE $a_{12} = 35$ İSE a_{20} HESABI

1. Ortak Fark (d)	2. İndis Farkı	3. Sonuç
(35 - 14) / (12 - 5) = 3	$a_{20} = a_{12} + (20 - 12)\cdot d$	$a_{20} = 35 + 8\cdot 3 = 59$

A 59 B 53 C 56 D 62

4 KISA CEVAP

Genel terimi $a_n = \frac{4n + 30}{n}$ olan bir sayı dizisinin kaç teriminin tam sayı olduğunu nasıl buluruz?

TAM SAYI TERİMLER · $a_n = (4n + 30) / n = 4 + (30 / n)$

n ∈ ℤ⁺ sayısı 30 sayısının pozitif tam bölenleri olmalıdır: {1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30}

30 sayısının 8 tane pozitif tam böleni olduğundan 8 terimi tam sayıdır.

Genel terim $4 + \frac{30}{n}$ olarak ayrılır; 30 sayısının pozitif tam bölenleri (1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30) seçilerek 8 terim bulunur.

5 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki genel terimi $a_n = n^2 - 9n + 14$ olan sayı dizisinin en küçük terimi kaçtır?

EN KÜÇÜK TERİM · $a_n = n^2 - 9n + 14$ ($n \in \mathbb{Z}^+$)

bol tepe noktası apsisi: r = -b / (2a) = 9 / 2 = 4,5 → En yakın tam sayılar n = 4 ve

n = 4 için $a_4 = 4^2 - 9\cdot 4 + 14 = 16 - 36 + 14 = -6$ (En küçük terim).

A -6 B -5 C -4 D 0

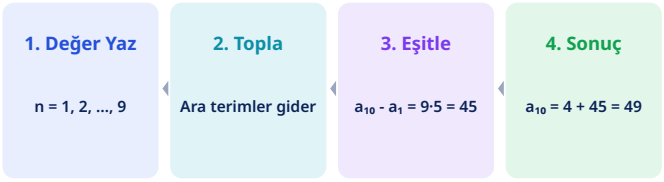
6 TABLOYU TAMAMLA

Verilen dizi koşullarından istenen terim ve toplam değerlerini hesaplayarak tabloyu tamamlayınız.

Verilen Dizi Bilgisi	İstenen Nicelik	Hesaplama ve Sonuç
$a_1 = 4$ ve ortak fark $d = 3$	İlk 10 terim toplamı (S_{10})	$S_{10} = \frac{10}{2}\cdot(2\cdot 4 + 9\cdot 3) = 5\cdot 35 = 175$
$a_2 + a_6 + a_{10} + a_{14} = 48$	8. terim (a_8)	$4 \cdot a_8 = 48 \Rightarrow a_8 = 12$
İlk n terim toplamı $S_n = 2n^2 + 3n$	6. terim (a_6)	$a_6 = S_6 - S_5 = 90 - 65 = 25$
5 ile 29 arasına 5 terim yerleştirilmesi	Oluşan aritmetik dizinin ortak farkı	$d = \frac{29 - 5}{5 + 1} = \frac{24}{6} = 4$

7 SIRALAMA

Görseldeki $a_1 = 4$ ve $a_{n+1} - a_n = 5$ indirgemeli dizisinde a_{10} terimini bulma adımlarını sıralayınız.



4 $a_1 = 4$ değerini yerine yazarak $a_{10} = 4 + 45 = 49$ sonucuna ulaşmak

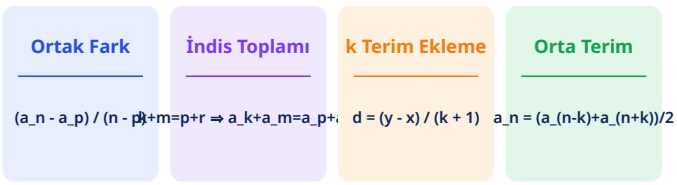
2 Elde edilen 9 eşitliği taraf tarafa toplayarak ara terimleri sadeleştirmek

1 İndirgeme bağıntısında n = 1, 2, ..., 9 değerlerini sırasıyla alt alta yazmak

3 Sol tarafta kalan $a_{10} - a_1$ farkını sağdaki $9 \cdot 5 = 45$ çarpımına eşitlemek

8 EŞLEŞTİRME

Aritmetik dizi özelliklerini karşılık gelen eşitliklerle eşleştiriniz.



b 1. $d = \frac{a_n - a_p}{n - p}$

a 2. $a_k + a_m = a_p + a_r$

c 3. $d = \frac{y - x}{k + 1}$

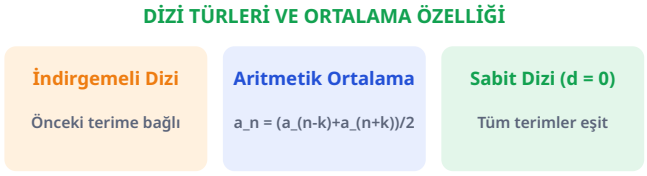
a) İndisler toplamı k + m = p + r olduğunda sağlanan terim toplamı eşitliği

b) İki terimi bilinen aritmetik dizide ortak farkı veren formül

c) x ile y arasına k tane terim yerleştirildiğinde oluşan ortak fark

9 BOŞLUK DOLDURMA

Cümlelerdeki boşlukları kutudaki kavramlarla tamamlayınız.



indirgemeli | geometrik | aritmetik | sabit

1. Herhangi bir terimi kendisinden önceki terimlere bağlı tanımlanan dizilere ___indirgemeli___ dizi denir.
2. Aritmetik dizide her terim, kendisine eşit uzaklıktaki iki terimin ___aritmetik___ ortalamasıdır.
3. Ortak farkı sıfır (d = 0) olan bir aritmetik dizinin tüm terimleri eşit olup ___sabit___ dizidir.

10 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Aritmetik dizi uygulamalarıyla ilgili ifadelerden doğru olanlara D, yanlış olanlara Y yazınız.

	D	Y
Bir aritmetik dizide $a_3 + a_{11} = 36$ ise ortanca terim olan $a_7 = 18$'dir.	☑	☐
İlk n terim toplamı S_n verilen her dizide $a_1 = S_1$ eşitliği geçerlidir.	☑	☐
Bir dizinin genel teriminde n değişkeni yerine negatif tam sayılar da yazılabilir.	☐	☑
Sonlu bir aritmetik dizide baştan ve sondan eşit uzaklıktaki terimlerin toplamı sabittir.	☑	☐

11 ŞİFRELİ KELİME

İpuçlarına karşılık gelen kavramları yazarak anahtar kelimeyi bulunuz.

Tanım kümesi pozitif tam sayılar olan fonksiyonlara verilen ad (4 harf) — D İ Z İ

Aritmetik dizide ardışık iki terim arasındaki sabit farkın niteliği (5 harf) — O R T A K

Dizinin n. sıradaki elemanına verilen ad (5 harf) — T E R İ M

Turuncu kutulardaki harfler yukarıdan aşağıya:

___DTM___

12 AÇIK UÇLU · DÜŞÜN

İlk sırada 12 koltuk bulunan ve her sırada koltuk sayısı 4 artan 15 sıralı bir konferans salonunda son sıradaki ve toplam koltuk sayısını bulunuz.

15. sırada $a_{15} = 12 + 14\cdot 4 = 68$ koltuk vardır. Toplam koltuk $S_{15} = \frac{15}{2}\cdot(12 + 68) = 600$ bulunur.

derskutusu.com · © Ders Kutusu · Tüm hakları saklıdır.