Geometrik Dizi, İlk n Terim Toplamı, Aritmetik-Geometrik Dizi İlişkisi ve Fibonacci Dizisi (12.2.1.3 & 12.2.1.4)

Geometrik dizinin ortak çarpanını, genel terimini ve ilk n terim toplamını bulur. · Geometrik ortalamayı ve indis özelliklerini kullanarak diziler arası ilişkileri yorumlar. · Aritmetik, geometrik ve Fibonacci dizileriyle gerçek hayat problemlerini modeller.

HATIRLAYALIM

- Geometrik dizide $a_{n+1} = a_n \cdot r$ ve $a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = a_p \cdot r^{n-p}$ olur; $m + n = p + k$ ise $a_m \cdot a_n = a_p \cdot a_k$.
- $r \neq 1$ için ilk n terim toplamı $S_n = a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$ bağıntısıyla bulunur. Terimleri eşit ve sıfırdan farklı bir dizide $d = 0$ ve $r = 1$ olduğundan dizi iki türe de girer.
- Fibonacci dizisinde $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$; sabit miktarda değişim aritmetik, sabit oranda değişim geometrik diziyle modellenir.

1 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görselde pozitif terimli bir geometrik dizinin bazı terimleri verilmiştir. Buna göre bu dizinin 7. terimi kaçtır?

Pozitif terimli geometrik dizi

?	6	?	?	48	?
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6

(A) 96 (B) 192 (C) 384 (D) 128

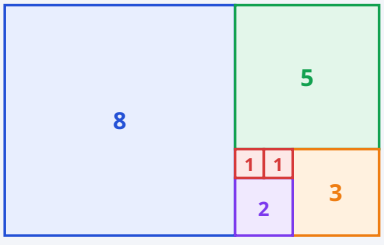
2 TABLOYU TAMAMLA

Tabloda ilk terimi ve ortak çarpanı verilen geometrik dizilerin eksik bilgilerini tamamlayınız.

a_1	Ortak çarpan (r)	a_4	Genel terim (a_n)
5	3	135	$5 \cdot 3^{n-1}$
64	$\frac{1}{2}$	8	2^{7-n}
−2	−2	16	$(-2)^n$

3 ÇOKTAN SEÇMELİ · DÜŞÜN

Görselde kenar uzunlukları 1, 1, 2, 3, 5 ve 8 birim olan karelerle bir dikdörtgen oluşturulmuştur. Bu dikdörtgene aynı kuralla iki kare daha eklenirse oluşan yeni dikdörtgenin çevresi kaç birim olur?



(A) 84 (B) 68 (C) 110 (D) 136

4 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Geometrik dizilerle ilgili aşağıdaki ifadelerden doğru olanlara D, yanlış olanlara Y yazınız.

	D	Y
1, −3, 9, −27, ... dizisinin ortak çarpanı −3'tür.	✓	
Her geometrik dizide $a_2 \cdot a_9 = a_5 \cdot a_7$ eşitliği sağlanır.		✓
Sıfırdan farklı her sabit dizi hem aritmetik hem de geometrik dizidir.	✓	
Ortak çarpanı 1 olan geometrik dizinin ilk n terim toplamı $a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$ bağıntısıyla bulunur.		✓

5 ÇOKTAN SEÇMELİ

Bir okul kulübünün etkinlik duyurusu 1. gün 3 kişiye gönderiliyor. Grafikte görüldüğü gibi her gün, bir önceki gün gönderilen kişi sayısının 2 katı kadar yeni kişiye gönderiliyor. Buna göre 6 günün sonunda duyuru toplam kaç kişiye ulaşmış olur?



(A) 192 (B) 93 (C) 381 (D) 189

6 ÇOKTAN SEÇMELİ · DÜŞÜN

Ortak çarpanı r olan bir geometrik dizinin ilk n terim toplamı S_n ile gösteriliyor. $\frac{S_6}{S_3} = 28$ olduğuna göre r kaçtır?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 9

7 BOŞLUK DOLDURMA

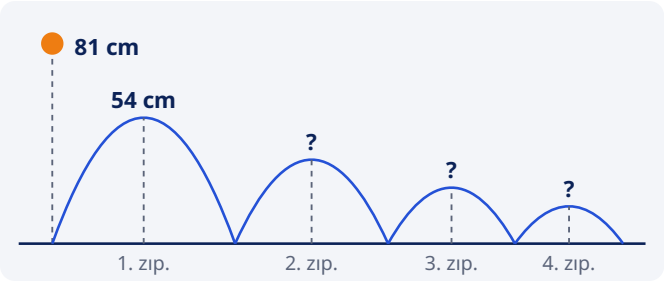
Cümlelerdeki boşlukları kutudaki uygun kavramlarla tamamlayınız. Kutudaki bir kavram kullanılmayacaktır.

sabit dizi | ortak çarpan | altın oran | ortak fark | geometrik ortalama

1. Ardışık terimlerinin oranı sabit olan dizide bu sabit sayıya **ortak çarpan** denir.
2. 4 ve 25 sayılarının **geometrik ortalama** 10'dur.
3. Hem aritmetik hem geometrik olan bir dizi, sıfırdan farklı bir **sabit dizi** olmalıdır.
4. Fibonacci dizisinde ardışık iki terimin oranı, yaklaşık 1,618 olan **altın oran** değerine yaklaşır.

8 ÇOKTAN SEÇMELİ

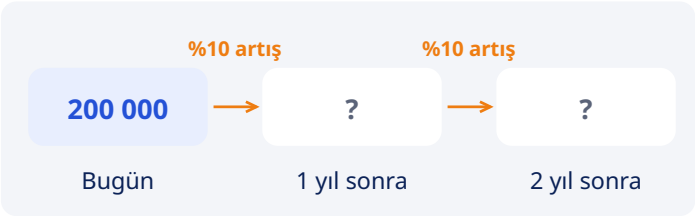
81 cm yükseklikten bırakılan bir top, görseldeki gibi her zıplayışında bir önceki yüksekliğin $\frac{2}{3}$'ü kadar yükseliyor. Buna göre top 4. zıplayışında kaç cm yükseliyor?



A) 24 **B) 16** C) 36 D) 54

9 AÇIK UÇLU · DÜŞÜN

Bir ilçenin nüfusu her yıl bir önceki yılın nüfusuna göre %10 artıyor. Bugün 200 000 olan nüfusun 2 yıl sonra kaç olacağını bulunuz. Bu durumun neden aritmetik değil geometrik diziyle modellendiğini açıklayınız.



Her yıl nüfus 1,1 ile çarpılır: $200\,000 \cdot 1{,}1^2 = 242\,000$. Artış miktarı değil artış oranı sabit olduğundan geometrik dizidir.

10 KISA CEVAP

a, a + 6 ve 4a sayıları bu sırayla pozitif terimli bir geometrik dizinin ardışık üç terimidir. Buna göre a kaçtır?

$(a+6)^2 = a \cdot 4a \Rightarrow a + 6 = 2a \Rightarrow a = 6$ (terimler 6, 12, 24)

11 EŞLEŞTİRME

Genel terimi ya da indirgeme bağıntısı verilen dizileri uygun açıklamalarla eşleştiriniz.

a 1. $a_n = 3 \cdot 2^n$	a) Ortak çarpanı 2 olan geometrik dizi
c 2. $a_n = 2n + 3$	b) Hem aritmetik hem geometrik dizi
b 3. $a_n = 7$	c) Ortak farkı 2 olan aritmetik dizi
d 4. $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$	d) Fibonacci dizisinin indirgeme bağıntısı

12 ŞİFRELİ KELİME

İpuçlarına uyan kavramları yazınız. Turuncu kutulardaki harfler, geometrik dizide ardışık terimler arasında sabit kalan ilişkinin adını verecektir.

Her terimi kendinden önceki iki terimin toplamı olan dizi (9 harf) — F İ B O N A C C İ

Geometrik dizide r ile gösterilen sabit: ortak … (6 harf) — Ç A R P A N

Ortak farkı 0, ortak çarpanı 1 olan dizi: … dizi (5 harf) — S A B İ T

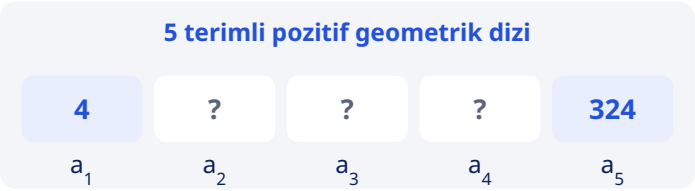
$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ bağıntısı: … terim (5 harf) — G E N E L

Turuncu kutulardaki harfler yukarıdan aşağıya:

ORAN

13 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görselde 4 ile 324 sayıları arasına üç pozitif sayı yerleştirilerek 5 terimli bir geometrik dizi oluşturulmuştur. Buna göre ortadaki terim kaçtır?



A) 108 B) 12 **C) 36** D) 164