

EBOB, EKOK ve Aralarında Asal Sayılar

M.8.1.1.2. İki doğal sayının EBOB ve EKOK'unu hesaplar, ilgili problemleri çözer. · M.8.1.1.3. Verilen iki doğal sayının aralarında asal olup olmadığını belirler.

HATIRLAYALIM

- İki pozitif doğal sayıyı kalansız bölen ortak bölenlerin en büyüğüne EBOB, sıfır dışındaki pozitif ortak katların en küçüğüne EKOK denir.
- Asal çarpanların üslû çarpımıyla hesaplamada EBOB için yalnız ortak asal çarpanların küçük üslûleri, EKOK için tüm asal çarpanların büyük üslûleri seçilir.
- 1 dışında ortak böleni olmayan iki pozitif doğal sayı aralarında asaldır; aralarında asal sayıların EBOB'u 1, EKOK'u ise bu iki sayının çarpımıdır.
- Bütün eş büyüklükte parçalara/gruplara ayırma problemlerinde ortak bölen (EBOB), tekrarlanan olayların ilk ortak zamanında ortak kat (EKOK) kullanılır ve $a \cdot b = \text{EBOB}(a, b) \cdot \text{EKOK}(a, b)$ eşitliği sağlanır.

1 TABLOYU TAMAMLA

Görseldeki EBOB ve EKOK hesaplama şemasından yararlanarak tablodaki sayı çiftlerinin en büyük ortak bölenini ve en küçük ortak katını yazınız. İlk satır örnektir.

EBOB Kuralı

Yalnız ortak asal çarpanların
küçük üslûleri çarpılır.
Ör: $\text{EBOB}(18, 30) = 2 \cdot 3 = 6$

EKOK Kuralı

Tüm asal çarpanların
büyük üslûleri çarpılır.
Ör: $\text{EKOK}(18, 30) = 90$

Sayı çifti	Asal çarpanlarla yazılışı	EBOB	EKOK
18 ve 30	$18 = 2 \cdot 3^2$, $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$	6	90
12 ve 20	$12 = 2^2 \cdot 3$, $20 = 2^2 \cdot 5$	4	60
28 ve 42	$28 = 2^2 \cdot 7$, $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$	14	84
9 ve 16	$9 = 3^2$, $16 = 2^4$	1	144

2 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki dört karttan birinde yazan sayıların her ikisi de tek başına asal sayı değildir; ancak ortak bölenleri yalnız 1 olduğu için aralarında asaldır. Bu koşulu sağlayan kart aşağıdakilerden hangisidir?

I. kart

12 ve 18

II. kart

15 ve 25

III. kart

16 ve 21

IV. kart

20 ve 35

- ☐ A I. kart (12 ve 18) ☐ B II. kart (15 ve 25)
☐ C III. kart (16 ve 21) ☐ D IV. kart (20 ve 35)

3 KISA CEVAP

Görseldeki iki depoda bulunan 48 litre ve 60 litre zeytinyağı, birbirine karıştırılmadan ve hiç artmayacak biçimde eşit hacimli şişelere doldurulacaktır. Bir şişenin hacmi en fazla kaç litre olur ve toplam kaç şişe gerekir?

1. Depo

48 Litre

(Sızma yağı)

2. Depo

60 Litre

(Riviera yağı)



Eşit Şişeler

En fazla ? L

Toplam ? şişe

**$\text{EBOB}(48, 60) = 12$ olduğundan bir şişe en fazla 12 L olur;
 $4 + 5 = 9$ şişe gerekir.**

4 EŞLEŞTİRME

Sol sütundaki EBOB ve EKOK ifadelerini sağ sütundaki değerleriyle eşleştiriniz. Harfleri kutulara yazınız.

- | | |
|-----------------------------------|--------------|
| a 1. $\text{EBOB}(24, 36)$ | a) 12 |
| c 2. $\text{EKOK}(12, 15)$ | b) 1 |
| b 3. $\text{EBOB}(14, 25)$ | c) 60 |
| d 4. $\text{EKOK}(8, 9)$ | d) 72 |
| e 5. $\text{EBOB}(42, 70)$ | e) 14 |

5 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

EBOB, EKOK ve aralarında asallıkla ilgili ifadelerden doğru olanların D, yanlış olanların Y kutusunu işaretleyiniz.

- | | |
|---|--|
| Aralarında asal olan iki doğal sayının 1 dışında ortak pozitif böleni yoktur. | D ☒ Y ☐ |
| İki doğal sayının aralarında asal olabilmesi için her ikisinin de asal sayı olması zorunludur. | D ☐ Y ☒ |
| Ardışık iki pozitif doğal sayı her zaman aralarında asaldır ve EBOB'ları 1'dir. | D ☒ Y ☐ |
| Asal çarpanlarla EBOB hesaplanırken ortak asal çarpanların büyük üslû olanları seçilir. | D ☐ Y ☒ |
| Herhangi iki pozitif tam sayı birbiriyle çarpıldığında, $\text{EBOB}(a, b) \cdot \text{EKOK}(a, b)$ sonucuyla aynı değer elde edilir. | D ☒ Y ☐ |

6 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki kartlarda A ve B doğal sayılarının asal çarpanlarının üslû çarpımı biçiminde yazılışı verilmiştir. Buna göre $\text{EBOB}(A, B)$ ve $\text{EKOK}(A, B)$ ifadeleri aşağıdakilerin hangisinde doğru gösterilmiştir?

A Sayısının Açılımı

$$A = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

B Sayısının Açılımı

$$B = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 7$$

- A** $\text{EBOB}(A, B) = 2^2 \cdot 3^2$ ve $\text{EKOK}(A, B) = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 7$ **B** $\text{EBOB}(A, B) = 2^3 \cdot 3^4$ ve $\text{EKOK}(A, B) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$
C $\text{EBOB}(A, B) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ ve $\text{EKOK}(A, B) = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 7$ **D** $\text{EBOB}(A, B) = 2 \cdot 3$ ve $\text{EKOK}(A, B) = 2^5 \cdot 3^6 \cdot 5 \cdot 7$

7 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki iki deniz fenerinden birincisi 15 saniyede bir, ikincisi 20 saniyede bir ışık çakmaktadır. İki fener aynı anda ışık çıktıktan sonraki 3 dakika (180 saniye) içinde kaç kez daha birlikte ışık çakarlar?

Deniz Fenerlerinin Işık Çakma Aralıkları (Toplam Süre: 180 sn)

1. Deniz Feneri
15 saniyede bir yanar

2. Deniz Feneri
20 saniyede bir yanar

- (A) 2 kez (B) 3 kez (C) 4 kez (D) 6 kez

8 KISA CEVAP · DÜŞÜN

Görseldeki dikdörtgen levhanın santimetre cinsinden kenar uzunlukları olan a ve b doğal sayıları aralarında asaldır. $EKOK(a, b) = 72$ olduğuna göre $EBOB(a, b)$ değerini ve levhanın alanını ($a \cdot b$) bulunuz.

Alan = $a \cdot b = ?$

b cm

a cm

Verilen Bilgiler

a ve b aralarında asal
 $EKOK(a, b) = 72$

Aralarında asal iki doğal sayının EBOB değeri 1'dir;
levhanın alanı ise $1 \cdot 72 = 72 \text{ cm}^2$ bulunur.

9 ŞİFRELE KELİME

İpuçlarına uyan matematik kavramlarını kutulara yazınız. Turuncu kutulardaki harfler, bir doğal sayıyı kalansız bölen sayılardan her birini anlatan terimi oluşturur.

İki sayının ortak bölenlerinin en büyüğünü gösteren kısaltma

E B O B

Bir bütünü kalansız eş parçalara ayırma işlemi

B Ö L M E

1 ve kendisinden başka pozitif böleni olmayan birden büyük sayı

A S A L

Sıfır dışındaki pozitif ortak katların en küçüğünü gösteren kısaltma

E K O K

Bir doğal sayıyı kalansız bölen pozitif tam sayıların diğer adı

Ç A R P A N

Turuncu kutulardaki harfler yukarıdan aşağıya:

BÖLEN

10 BOŞLUK DOLDURMA

Cümlelerdeki boşlukları kutudaki kavramlarla tamamlayınız. Bir kavram artacaktır.

EKOK

bir

büyük

küçük

asal

- Ortak asal çarpanların en **küçük** üslüleri çarpılarak EBOB bulunur.
- İki sayının sıfır dışındaki en küçük ortak katına **EKOK** denir.
- Aralarında asal olan iki doğal sayının EBOB değeri **bir** olur.
- Ardışık iki pozitif doğal sayı daima aralarında **asal** sayılardır.

11 SIRALAMA

İki pozitif doğal sayının EBOB değerini asal çarpanların üslü çarpımı yardımıyla bulmak için izlenecek adımları baştan sona doğru 1'den 4'e kadar sıralayınız.

- Seçilen ortak asal çarpan kuvvetleri birbiriyle çarpılarak EBOB değeri hesaplanır.
- Verilen iki doğal sayının her biri bölen listesi yardımıyla asal çarpanlarına ayrılır.
- İki açılımda da ortak olarak bulunan asal çarpanlar belirlenir ve her birinin küçük üslüsü seçilir.
- Her iki sayı, asal çarpanlarının üslü ifadelerinin çarpımı biçiminde düzenlenerek yazılır.

12 ÇOKTAN SEÇMELİ · DÜŞÜN

Görseldeki çarpım bağıntısı kartında 36 ve K pozitif doğal sayılarının EBOB ile EKOK değerleri verilmiştir. Karttaki bilgilere göre K doğal sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

Sayıların Çarpımı ile EBOB · EKOK İlişkisi

Sayılar
36 ve K

EBOB(36, K)
6

EKOK(36, K)
180

- (A) 18 (B) 24 (C) 25 (D) 30

13 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki dört problem kartında günlük yaşamdan farklı durumlar verilmiştir. Numaralanmış kartların hangisindeki problemi çözmek için ortak bölen (EBOB) yerine ortak kat (EKOK) kullanılmalıdır?

I. Problem Kartı

Çuvallardaki bakliyatı eş poşetlere paylaştırma

II. Problem Kartı

12 ve 18 dk. arayla kalkan iki vapurun birlikte kalkışı

III. Problem Kartı

İki tahta çubuğu eşit uzunlukta parçalara kesme

IV. Problem Kartı

İki meyve grubunu eşit sayıda kasalara dizme

- (A) I. problem kartı (Çuvallardaki bakliyatı eş poşetlere paylaştırma)
(B) II. problem kartı (Farklı aralıklarla kalkan iki vapurun birlikte kalkışı)
(C) III. problem kartı (İki tahta çubuğu eşit uzunlukta parçalara kesme)
(D) IV. problem kartı (İki farklı meyve grubunu eşit sayıda kasalara dizme)

14 AÇIK UÇLU · DÜŞÜN

Görseldeki tartışma kartında "Soruda 'en az' kelimesi geçiyorsa her zaman EKOK alınır." iddiası yazılmıştır. Bu iddianın neden yanlış olduğunu eşit grupta örneğiyle açıklayınız.

Yanlış Genelleme İddiası

"Soruda en az deniyorsa her zaman EKOK alınır."

Eşit Gruplama Örneği

Paket sayısının en az olması için paket boyu EBOB alınır!

İddia yanlıştır; eşit paketlere ayırmada paket sayısının en az olması için paket boyu EBOB ile bulunur.