Gerçek Sayıların İşlem Özelliklerini Cebirsel Olarak İfade Etme

Gerçek sayıların toplama ve çarpma işlemlerine ait cebirsel özellikleri (kapalılık, değişme, birleşme, birim, ters, dağılma) ifade eder. · Sayısal işlemler ile cebirsel özdeşlikler (tam kare ve iki kare farkı) arasında analojik akıl yürütme yapar. · Gerçek sayıların sıralama (eşitsizlik) özelliklerini cebirsel olarak inceler ve sıfır çarpan özelliğini uygular.

HATIRLAYALIM

- Toplamada birim eleman 0, ters eleman -a; çarpmada birim eleman 1, yutan eleman 0, ters eleman $\frac{1}{a}$ ($a \neq 0$).
- Tam kare: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; İki kare farkı: $a^2 - b^2 = (a - b)\cdot(a + b)$.
- Sıfır çarpan özelliği: $a\cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0$ veya $b = 0$; Eşitsizlik negatif sayıyla çarpılır/bölünürse yön değiştirir.

1 EŞLEŞTİRME

Cebirsel özdeşlikleri ve gerçek sayı özelliklerini karşılıklarıyla eşleştiriniz.

$(a + b)^2$	$(a - b)^2$	$a^2 - b^2$	Dağılma
$a^2 + 2ab + b^2$	$a^2 - 2ab + b^2$	$(a - b) \cdot (a + b)$	$a\cdot(b + c) = ab + ac$

b 1. $(a + b)^2$ tam kare özdeşliği
d 2. $(a - b)^2$ tam kare özdeşliği
c 3. $a^2 - b^2$ iki kare farkı özdeşliği
a 4. $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

a) Çarpmanın toplama üzerine soldan dağılma özelliği
b) $a^2 + 2ab + b^2$
c) $(a - b) \cdot (a + b)$
d) $a^2 - 2ab + b^2$

2 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Gerçek sayıların cebirsel ve sıralama özellikleriyle ilgili ifadelerden doğru olanlara D, yanlış olanlara Y yazınız.

Birim Eleman	Ters Eleman	Negatif Çarpım	Basit Kesir
Toplama: 0 · Çarpma: 1	Toplama: -a · Çarpma: 1/a	$x < 0$ ise eşitsizlik döner	$0 < x < 1 \Leftrightarrow x^2 < x$

	D	Y
Gerçek sayılarda toplamada birim eleman 0, çarpmada birim eleman 1'dir.	✓	
Sıfırdan farklı her a ve b gerçek sayısı için $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ eşitliği doğrudur.		✓
Bir eşitsizliğin her iki tarafı negatif bir sayıyla çarpılırsa eşitsizlik yön değiştirir.	✓	
Karesi kendisinden küçük olan ($x^2 < x$) gerçek sayılar 0 ile 1 arasındadır ($0 < x < 1$).	✓	

3 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki tam kare özdeşliğine göre $x + y = 8$ ve $x^2 + y^2 = 40$ olduğuna göre $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?

TAM KARE ÖZDEŞLİĞİ VE DEĞER HESAPLAMA BAĞINTILARI

Toplamın Karesi	Kareler Toplamı	Örnek Çözüm
$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$	$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$	$8^2 = 40 + 2xy \rightarrow xy = 12$

Ⓐ 8 Ⓑ 12 Ⓒ 16 Ⓓ 24

4 KISA CEVAP

İki kare farkı özdeşliğinden yararlanarak $\frac{2026^2 - 2024^2}{4}$ işleminin sonucunu bulunuz.

İKİ KARE FARKI ÖZDEŞLİĞİ · $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$

$2026^2 - 2024^2 = (2026 - 2024) \cdot (2026 + 2024) = 2 \cdot 4050 = 8100$

Paydadaki 4 ile bölündüğünde: 8100 / 4 = 2025 sonucu saniyeler içinde bulunur.

$(2026 - 2024)\cdot(2026 + 2024) = 2 \cdot 4050 = 8100$ olur.

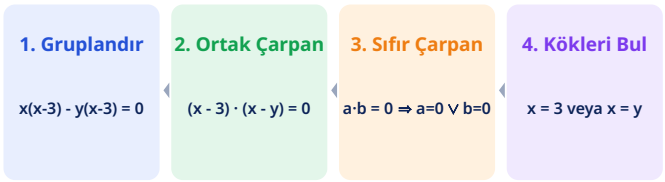
5 TABLOYU TAMAMLA

Sayısal işlemler ile cebirsel özdeşlikler arasındaki analojik akıl yürütme tablosunu tamamlayınız.

Sayısal İşlem	Cebirsel Modelleme (Özdeşlik)	Hesaplanan Sonuç
$103^2 = (100 + 3)^2$	$100^2 + 2\cdot100\cdot3 + 3^2$	10000 + 600 + 9 = 10609
$98^2 = (100 - 2)^2$	$100^2 - 2\cdot100\cdot2 + 2^2$	10000 - 400 + 4 = 9604
$97 \cdot 103 = (100 - 3)\cdot(100 + 3)$	$100^2 - 3^2$ (İki kare farkı)	10000 - 9 = 9991
$17 \cdot 99 = 17 \cdot (100 - 1)$	$17\cdot100 - 17\cdot1$ (Dağılma özelliği)	1700 - 17 = 1683

6 SIRALAMA

Görseldeki gruplandırma ve sıfır çarpan yöntemiyle $x^2 - 3x - xy + 3y = 0$ denklemini çözme adımlarını sıralayınız.



2 Her iki terimde ortak olan (x - 3) parantezine alarak ifadeyi çarpım biçimine dönüştürme: (x - 3)·(x - y) = 0

4 Çarpanları ayrı ayrı sıfıra eşitleyerek x = 3 veya x = y çözüm bağıntılarını elde etme

1 Terimleri ikişerli gruplandırarak ilk grubu x, ikinci grubu -y ortak çarpan parantezine alma: x(x - 3) - y(x - 3) = 0

3 Gerçek sayıların sıfır çarpan özelliğini (a·b = 0 ⇔ a = 0 veya b = 0) çarpanlara uygulama

7 BOŞLUK DOLDURMA

Cümlelerdeki boşlukları uygun matematik kavramlarıyla tamamlayınız.

DAĞILMA ÖZELLİĞİ · ÖZDEŞLİK · GEÇİŞME ÖZELLİĞİ

Ortak çarpan parantezi: a·b + a·c = a·(b + c) | Geçişme: a < b ve b < c ⇒ a < c

Her gerçek sayı değeri için doğru olan cebirsel eşitliklere özdeşlik denir.

dağılma · geçişme · birim · özdeşlik

1. Cebirsel ifadelerde ortak çarpan parantezine alma, ___dağılma___ özelliğinin ters yönüdür.
2. Bilinmeyenlerin her gerçek sayı değeri için doğru olan eşitliklere ___özdeşlik___ denir.
3. a < b ve b < c iken a < c olması sıralama bağıntısının ___geçişme___ özelliğidir.

8 ŞİFRELİ KELİME

İpuçlarına karşılık gelen kavramları yazarak anahtar kelimeyi bulunuz.

İki gerçek sayının toplamının yine gerçek sayı olması özelliği (9 harf) — K A P A L I L I K

Çarpmanın toplama üzerine uygulanması özelliği (7 harf) — D A Ğ I L M A

Toplamada 0, çarpmada 1 olan etkisiz eleman (5 harf) — B İ R İ M

Sayılar yerine harf ve sembollerle işlem yapan matematik dalı (5 harf) — C E B İ R

Turuncu kutulardaki harfler yukarıdan aşağıya:

___KARE___

9 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki eşitsizlik kurallarına göre a < b < 0 olmak üzere aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

SIRALAMA (EŞİTSİZLİK) ÖZELLİKLERİ VE İŞARET İNCELEMESİ

Toplama Özelliği	Pozitif Çarpma (c>0)	Negatif Çarpma (b<0)
a < b ⇒ a + c < b + c	a < b ⇒ a·c < b·c	a < b < 0 ⇒ a·b > b^2

Ⓐ $a \cdot b < 0$

Ⓑ $a + b > 0$

Ⓒ $a^2 < b^2$

Ⓓ $a \cdot b > b^2$

10 EŞLEŞTİRME

Cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayrılmış biçimleriyle eşleştiriniz.

Ortak Çarpan	İki Kare Farkı	Tam Kare	Gruplandırma
$6x^2y - 9xy^2 = 3xy(2x-3y)$	$x^2 - 16y^2 = (x-4y)(x+4y)$	$x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2$	$ax+ay+bx+by = (x+y)(a+b)$

b 1. $6x^2y - 9xy^2$

d 2. $x^2 - 16y^2$

a 3. $x^2 - 10x + 25$

c 4. $ax + ay + bx + by$

a) $(x - 5)^2$ (Tam kare özdeşliği)

b) $3xy \cdot (2x - 3y)$ (Ortak çarpan parantezi)

c) $(x + y) \cdot (a + b)$ (Gruplandırma yöntemi)

d) $(x - 4y) \cdot (x + 4y)$ (İki kare farkı)

11 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Ters eleman, özdeşlik ve denklemlerle ilgili ifadelerden doğru olanlara D, yanlış olanlara Y yazınız.

	D	Y
(2x - 6) sayısının çarpmaya göre tersi tanımsız ise 2x - 6 = 0 olup x = 3'tür.	☑	☐
995 · 1005 çarpımı iki kare farkı özdeşliğiyle $1000^2 - 5^2$ biçiminde yazılır.	☑	☐
$x^2 = 5x$ denkleminde sadece x = 5 kökü vardır, x = 0 denklemi sağlamaz.	☐	☑
a < 0 < b iken a ile b'nin çarpımı daima negatiftir (a · b < 0).	☑	☐

12 AÇIK UÇLU · DÜŞÜN

$x - \frac{1}{x} = 4$ olduğuna göre $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ifadesinin değerini tam kare özdeşliğiyle bulunuz.

İki tarafın karesi alınırsa $x^2 - 2 +$.