Doğrusal Fonksiyonlar ve Nitel Özellikleri: Referans Fonksiyon f(x) = x ve g(x) = ax + b Analizi

Gerçek sayıların işlem özelliklerinden yararlanarak f(x) = x referans fonksiyonundan türetilen g(x) = a(x ± r) ± k = ax + b fonksiyonlarını ifade eder. · Doğrusal fonksiyonların tanım/görüntü kümesi, işareti, sıfırı (kökü), artanlığı-azalanlığı, maksimum-minimum ve bire bir-örtenlik özelliklerini analiz eder. · Sabit değişim oranına (eğime) sahip gerçek yaşam durumlarını doğrusal fonksiyonlarla modeller ve yorumlar.

HATIRLAYALIM

- f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f(x) = x doğrusal referans fonksiyonunun grafiği orijinden (0, 0) geçer ve eğimi a = 1'dir.
- g(x) = ax + b fonksiyonunda a değişim oranıdır (eğim = $\frac{\Delta y}{\Delta x}$); grafik y-eksenini (0, b) noktasında, x-eksenini sıfırı olan x = $-\frac{b}{a}$ noktasında keser.

1 EŞLEŞTİRME

f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f(x) = 2x - 8 doğrusal fonksiyonuna ait nitel özellikleri doğru karşılıklarıyla eşleştiriniz.

Eğim (a = 2)	y-Kesimi	Sıfırı (Kökü)	Pozitif Aralık
a > 0 → Artan	x = 0 → (0, -8)	2x - 8 = 0 → x = 4	x > 4 → (4, ∞)

b 1. Fonksiyonun değişim oranı (eğimi)
c 2. Grafiğin y-eksenini kestiği nokta
a 3. Fonksiyonun sıfırı (x-kesim apsisi)

a) x = 4
b) a = 2 (Gerçek sayılarda artan fonksiyon)
c) (0, -8) noktası

2 KISA CEVAP

Grafiği A(1, 5) ve B(4, 17) noktalarından geçen g(x) = ax + b doğrusal fonksiyonunun kuralını ve sıfırını (kökünü) bulunuz.

EĞİM (DEĞİŞİM ORANI) VE SIFIR (KÖK) HESABI

A(x_1, y_1) ve B(x_2, y_2) için Eğim: a = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1) · Sıfırı: ax + b = 0 ⇒ x = -b/a

Doğrusal fonksiyonlarda değişim oranı (eğim) tanım kümesindeki her aralıkta sabittir.

Eğim a = $\frac{17 - 5}{4 - 1}$ = 4. g(1) = 4(1) + b = 5 ⇒ b = 1, yani g(x) = 4x + 1. Sıfırı: 4x + 1 = 0 ⇒ x = $-\frac{1}{4}$.

3 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki kapalı aralık kuralına göre f: [-3, 4] → $\mathbb{R}$, f(x) = -2x + 7 fonksiyonunun alabileceği en büyük ve en küçük

TANIM KÜMESİNE GÖRE MAKSİMUM VE MİNİMUM DEĞER

Tanım Kümesi $\mathbb{R}$	[c, d] Kapalı Aralık	f(c) ve f(d)
Max ve min YOKTUR	Uç noktalarda alınır	Büyüğü max, küçüğü min

(A) 10 (B) 12 (C) 13 (D) 14

4 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki cebirsel düzenleme kuralına göre f(x) = 2(x + 4) - 5(x - 1) fonksiyonunun standart yazılışı ve eğimi hangisidir?

f(x) = x REFERANS FONKSİYONU VE g(x) = ax + b

f(x) = x Referans	Dağılma Özelliği	Değişim Oranı (a)
Orijinden (0,0) geçer	a(x ± r) ± k = ax + b	a = Δy / Δx sabittir

(A) f(x) = -3x + 13, Eğim = -3
(B) f(x) = -3x + 3, Eğim = -3
(C) f(x) = 7x + 13, Eğim = 7
(D) f(x) = 3x - 13, Eğim = 3

5 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Doğrusal fonksiyonların nitel özellikleriyle ilgili ifadelerden doğru olanlara D, yanlış olanlara Y yazınız.

a > 0 İse	a < 0 İse	a = 0 İse	a ≠ 0 İse
ℝ'de daima ARTAN	ℝ'de daima AZALAN	g(x) = b SABİT	Bire bir ve örten

	D	Y
f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f(x) = x referans fonksiyonunun grafiği orijinden (0, 0) geçer ve eğimi 1'dir.	✓	
g(x) = ax + b fonksiyonunda a > 0 ise fonksiyon gerçek sayılar kümesinde azalandır.		✓
Tanım kümesi tüm gerçek sayılar ($\mathbb{R}$) olan f(x) = 3x - 5 fonksiyonunun maksimum değeri yoktur.	✓	
f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f(x) = 6 sabit fonksiyonu bire bir ve örten bir fonksiyondur.		✓

6 AÇIK UÇLU · DÜŞÜN

200 m yükseklikten havalanıp dakikada 150 m yükselen bir İHA en çok 20 dk yükseldiğine göre h(t) kuralını ve görüntü kümesini yazınız.

Kural: h(t) = 150t + 200 (t ∈ [0, 20]). En az h(0) = 200 m, en.

7 TABLOYU TAMAMLA

Gerçek sayılar kümesinde tanımlı doğrusal fonksiyonların eğimini, sıfırını ve artanlık/azalanlık durumunu tabloda tamamlayınız.

Fonksiyon Kuralı	Eğimi (a) ve Sıfırı	Artanlık / Azalanlık Durumu
f(x) = 3x - 12	a = 3, Sıfırı: x = 4	Gerçek sayılarda artan (a > 0)
g(x) = -2x + 10	a = -2, Sıfırı: x = 5	Gerçek sayılarda azalan (a < 0)
h(x) = 5x + 15	a = 5, Sıfırı: x = -3	Gerçek sayılarda artan (a > 0)
k(x) = -4x - 8	a = -4, Sıfırı: x = -2	Gerçek sayılarda azalan (a < 0)

8 EŞLEŞTİRME

Gerçek yaşam durumlarını kendilerini modelleyen doğrusal fonksiyon kurallarıyla eşleştiriniz.

Başlangıç (b)	Sabit Artış (+a)	Sabit Azalış (-a)	Taksi / Depo
t = 0 anındaki değer	f(t) = a·t + b	f(t) = -a·t + b	Doğrusal değişim

b 1. 25 cm dikilen ve ayda 3 cm uzayan fidanın x. aydaki boyu

c 2. 40 L su bulunan depoya dakikada 15 L su eklenirken x. dakikadaki su

a 3. 120 L su bulunan depodan dakikada 8 L su boşalırken x. dakikadaki su

a) f(x) = -8x + 120

b) f(x) = 3x + 25

c) f(x) = 15x + 40

9 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

f: ℝ → ℝ, f(x) = -4x + 20 doğrusal fonksiyonuyla ilgili ifadelerden doğru olanlara D, yanlış olanlara Y yazınız.

	D	Y
Fonksiyonun grafiği y-eksenini (0, 20) noktasında keser.	☑	☐
Fonksiyonun sıfırı (x-eksenini kestiği noktanın apsisi) x = 5'tir.	☑	☐
x ∈ (5, ∞) aralığında fonksiyon pozitif değerlidir (f(x) > 0).	☐	☑
Bağımsız değişken x değeri 1 birim arttığında f(x) değeri 4 birim azalır.	☑	☐

10 SIRALAMA

Görseldeki analiz adımlarına göre g(x) = -3(x - 2) + 6 fonksiyonunun nitel özelliklerini belirleme basamaklarını sıraya diziniz.

1. Standart Yaz	2. Eğime Bak	3. Eksen Kesimi	4. İşaret Tablosu
g(x) = ax + b yap	a>0 artan, a<0 azalan	(0, b) ve (-b/a, 0)	Kökün sağı ve solu

1 Dağılma ve birleşme özellikleriyle fonksiyonu g(x) = -3x + 12 standart biçiminde yazma

3 x = 0 için y-kesimini (0, 12) ve g(x) = 0 için sıfırını x = 4 olarak hesaplama

4 Azalan olduğu için (-∞, 4) aralığında pozitif, (4, ∞) aralığında negatif olduğunu yazma

2 Eğim a = -3 < 0 olduğundan fonksiyonun gerçek sayılarda azalan olduğunu belirleme

11 BOŞLUK DOLDURMA

Cümlelerdeki boşlukları uygun kavramlarla tamamlayınız.

BİRE BİR VE ÖRTEN FONKSİYON KOŞULU (g: ℝ → ℝ)

a ≠ 0 iken g(x) = ax + b doğrusal fonksiyonu hem BİRE BİR hem de ÖRTENDİR

= 0 iken g(x) = b sabit fonksiyonu tüm sayıları b'ye eşlediği için bire bir ve örten değildi

referans | sıfırı | periyodik | bire bir

1. f: ℝ → ℝ, f(x) = x fonksiyonuna doğrusal **referans** fonksiyon (veya birim fonksiyon) denir.
2. f(x) = ax + b fonksiyonunda f(x) = 0 denklemini sağlayan x = $-\frac{b}{a}$ değerine fonksiyonun **sıfırı** denir.
3. a ≠ 0 olmak üzere f: ℝ → ℝ, f(x) = ax + b doğrusal fonksiyonu hem **bire bir** hem de örtendir.

12 ŞİFRELİ KELİME

İpuçlarına karşılık gelen kavramları yazarak anahtar kelimeyi bulunuz.

- Doğrusal fonksiyonda dikey değişimin yatay değişime sabit oranı (4 harf) — E Ğ İ M
- f(x) = 0 denklemini sağlayan x değerine verilen diğer ad (3 harf) — K Ö K
- Görüntü kümesi değer kümesine eşit olan fonksiyon türü (5 harf) — Ö R T E N
- Eğimi a > 0 olan doğrusal fonksiyonların değişim yönü (5 harf) — A R T A N

Turuncu kutulardaki harfler yukarıdan aşağıya:

EÖTN