Doğrusal Fonksiyonlar ve Nitel Özellikleri: f(x) = x Referans Fonksiyonu ve g(x) = a·f(x ± r) ± k Analizi

Gerçek sayılarda tanımlı f(x) = x doğrusal referans fonksiyonundan yatay/düşey öteleme ve dikey ölçekleme ile türetilen g(x) = a·f(x ± r) ± k = ax + b fonksiyonlarını oluşturur. · Doğrusal fonksiyonların tanım ve görüntü kümesi, eğimi (değişim oranı), artanlığı-azalanlığı, sıfırı (kökü), işareti, maksimum-minimum noktaları ve bire birliğini analiz eder. · Sabit değişim oranına sahip gerçek yaşam durumlarını doğrusal fonksiyonlarla modeller; cebirsel ve grafiksel temsiller arasında geçiş yapar.

HATIRLAYALIM

- f(x) = x doğrusal referans fonksiyonundan g(x) = a·f(x ± r) ± k = ax + b doğrusal fonksiyonları türetilir.
- g(x) = ax + b için eğim a'dır (a>0 artan, a<0 azalan); fonksiyonun sıfırı (kökü) $x_0 = -\frac{b}{a}$ değeridir.
- Gerçek sayılarda (R -> R) doğrusal fonksiyon bire birdir ve max/min değeri yoktur; [m, n] aralığında uçlarda alır.

1 EŞLEŞTİRME

Görseldeki g(x) = ax + b doğrusal fonksiyonunun nitel özelliklerini cebirsel karşılıklarıyla eşleştiriniz.

g(x) = ax + b DOĞRUSAL FONKSİYONUNUN NİTEL ÖZELLİKLERİ

Eğim (Değişim)	Y Ekseni Kesimi	Fonksiyon Sıfırı	Bire Birlik
a = Δy / Δx	x = 0 -> g(0) = b	g(x) = 0 -> x0 = -b/a	R -> R üzerinde bire bir
a>0 Artan · a<0 Azalan	Nokta: (0, b)	X eksenini kestiği yer	R üzerinde max/min yok

☐ 1. Doğrunun eğimi (sabit değişim oranı)	a) (0, b) noktası (g(0) = b)
☐ 2. Grafiğin y eksenini kestiği nokta	b) a katsayısı ($\frac{\Delta y}{\Delta x}$)
☐ 3. Fonksiyonun sıfırı (x eksenini kestiği apsis)	c) $x_0 = -\frac{b}{a}$ değeri

2 DOĞRU MU, YANLIŞ MI?

Doğrusal fonksiyonların nitel özellikleriyle ilgili ifadelerden doğru olanlara D, yanlış olanlara Y yazınız.

ÖTELEME VE ÖLÇEKLEME PARAMETRELERİ (a, r, k)

Yatay Öteleme (r)	Düşey Öteleme (k)	Ölçekleme (Eğim a)
f(x - r) -> r br sağa	+k -> k birim yukarı	|a|>1 dikleşir
f(x + r) -> r br sola	-k -> k birim aşağı	a<0 ise yön değişir

	D	Y
f: R -> R, f(x) = x referans fonksiyonunun grafiği orijinden O(0,0) geçer ve eğimi 1'dir.	☐	☐
Gerçek sayılar kümesinde tanımlı g(x) = 4x - 5 fonksiyonunun maksimum değeri 4'tür.	☐	☐
a sıfırdan farklı olmak üzere g: R -> R, g(x) = ax + b doğrusal fonksiyonları bire birdir.	☐	☐
f(x) = x grafiği 3 birim sola ötelendiğinde h(x) = x + 3 fonksiyonu elde edilir.	☐	☐

3 ÇOKTAN SEÇMELİ

Görseldeki dönüşüm kuralına göre f(x) = x referans fonksiyonundan türetilen g(x) = 3·f(x - 2) + 4 fonksiyonunun kuralı nedir?

REFERANS FONKSİYONDAN TÜRETME: g(x) = a·f(x ± r) ± k

Referans Fonksiyon: f(x) = x	Türetilen: g(x) = 3·f(x - 2) + 4
Orijinden O(0,0) geçen açıortay doğrusu	g(x) = 3(x - 2) + 4 = 3x - 6 + 4
f(x - 2) = x - 2 (2 birim sağa öteleme)	Sonuç: g(x) = 3x - 2 (Eğim a = 3, b = -2)

Ⓐ g(x) = 3x + 2
Ⓑ g(x) = 3x - 2
Ⓒ g(x) = 3x - 6
Ⓓ g(x) = 2x + 4

4 ÇOKTAN SEÇMELİ

Gerçek sayılarda tanımlı g(x) = -2x + 8 doğrusal fonksiyonunun sıfırı (kökü) ve artanlık-azalanlık durumu nedir?

g(x) = -2x + 8 FONKSİYONUNUN ANALİZİ

Eğim ve Yön Analizi	Eksen Kesimleri ve Sıfırı
Baş katsayı (eğim) a = -2 < 0	x = 0 için y kesimi: g(0) = 8 -> (0, 8)
x arttıkça g(x) azalır -> AZALAN fonksiyon	g(x) = 0 -> -2x + 8 = 0 -> Sıfırı x0 = 4

Ⓐ Sıfırı x = 4 olup azalan bir fonksiyondur.
Ⓑ Sıfırı x = -4 olup artan bir fonksiyondur.
Ⓒ Sıfırı x = 8 olup azalan bir fonksiyondur.
Ⓓ Sıfırı x = 4 olup artan bir fonksiyondur.

5 AÇIK UÇLU · DÜŞÜN

Boyu 30 cm olan bir mum yakıldıktan sonra saatte 2,5 cm erimektedir. Mumun kalan boyunu modelleyip kaçıncı saatte biteceğini bulunuz.

6 TABLOYU TAMAMLA

Verilen doğrusal fonksiyonların eğimini, y eksenini kestiği noktayı ve sıfırını (kökünü) tabloda tamamlayınız.

Doğrusal Fonksiyon	Eğimi ve Yönü	Y Kesimi ve Sıfırı (Kökü)
g(x) = 2x - 6	a = 2 (Artan)	
h(x) = -3x + 12	a = -3 (Azalan)	
k(x) = $\frac{1}{2}$x + 4	a = $\frac{1}{2}$ (Artan)	

7 ÇOKTAN SEÇMELİ

İçinde 60 L su bulunan bir depoya dakikada 12 L su akıtılmaktadır. x. dakikadaki su miktarını veren fonksiyon hangisidir?

GERÇEK YAŞAM MODELLEMESİ (SU DEPOSU PROBLEMİ)

Başlangıç Durumu (x = 0 anı)	Sabit Değişim Oranı (Eğim a)
Depodaki başlangıç su miktarı: b = 60 L	Dakikada eklenen su: a = +12 L/dk
Grafiğin y eksenini kestiği nokta (0, 60)	Fonksiyon Kuralı: g(x) = 12x + 60

Ⓐ g(x) = 60x + 12
Ⓑ g(x) = 12x + 60
Ⓒ g(x) = 60 - 12x
Ⓓ g(x) = 12x - 60

8 ÇOKTAN SEÇMELİ

g(x) = 3x - 9 doğrusal fonksiyonunun pozitif değerler aldığı (g(x) > 0) en geniş gerçek sayı aralığı hangisidir?

g(x) = 3x - 9 FONKSİYONUNUN İŞARET İNCELEMESİ

Fonksiyonun Sıfırı (Sınır Değer)	Pozitif ve Negatif Aralıklar (a = 3 > 0)
3x - 9 = 0 => x0 = 3 (Kök)	x > 3 için g(x) > 0 (Pozitif bölge)
x = 3 noktasında grafik x eksenini keser	x < 3 için g(x) < 0 (Negatif bölge)

Ⓐ x > 3 yani (3, +∞) aralığı
Ⓑ x < 3 yani (-∞, 3) aralığı
Ⓒ x > -3 yani (-3, +∞) aralığı
Ⓓ x > 9 yani (9, +∞) aralığı

9 BOŞLUK DOLDURMA

Cümlelerdeki boşlukları kutudaki uygun matematik kavramlarıyla tamamlayınız.

tepe | eğim | sıfırı | doğrusal

1. f(x) = x referans fonksiyonuna birim (özdeşlik) veya _____ fonksiyon adı verilir.
2. Doğrusal bir fonksiyonda bağımsız değişken x'teki 1 birimlik artışa karşılık gelen değişime _____ denir.
3. Grafiğin x eksenini kestiği noktanın apsisine fonksiyonun _____ (kökü) adı verilir.

10 SIRALAMA

Kapalı [-1, 4] aralığında tanımlı g(x) = 2x + 3 fonksiyonunun görüntü kümesini ve uç değerlerini bulma adımlarını sıralayınız.

KAPALI ARALIKTA [-1, 4] GÖRÜNTÜ KÜMESİ VE MAX/MİN

1. Eğim Kontrolü	2. Minimum Değer	3. Maksimum Değer	4. Görüntü Kümesi
g(x) = 2x + 3	Sol uç x = -1	Sağ uç x = 4	G(g) = [1, 11]
a = 2 > 0 (Artan)	g(-1) = 2(-1)+3 = 1	g(4) = 2(4)+3 = 11	Kapalı değer aralığı

☐ Sol uç noktadaki minimum değeri g(-1) = 2(-1) + 3 = 1 olarak hesaplama
☐ Sağ uç noktadaki maksimum değeri g(4) = 2(4) + 3 = 11 olarak hesaplama
☐ Eğim a = 2 > 0 olduğundan fonksiyonun [-1, 4] aralığında sürekli artan olduğunu belirleme
☐ Fonksiyonun görüntü kümesini G(g) = [1, 11] kapalı aralığı olarak yazma

11 ŞİFRELİ KELİME

İpuçlarına karşılık gelen kavramları yazarak dikey değişimin yatay değişime bölümünü belirten şifreyi bulunuz.

Koordinat eksenlerinin kesiştiği (0,0) başlangıç noktası (6 harf) ☐☐☐☐☐☐
f(x) = x gibi diğer fonksiyonların türetildiği temel fonksiyon (8 harf) ☐☐☐☐☐☐☐☐
Koordinat düzleminde yatay eksen değeri, x bileşeni (5 harf) ☐☐☐☐☐
Fonksiyonun girdi değerlerinin oluşturduğu küme, ... kümesi (5 harf) ☐☐☐☐☐

Turuncu kutulardaki harfler yukarıdan aşağıya:

_____

12 KISA CEVAP

Tanım ve değer kümesi tüm gerçek sayılar (R -> R) olan g(x) = 2x + 5 fonksiyonunun neden maksimum veya minimum değeri yoktur?

TANIM KÜMESİNE GÖRE MAKSİMUM VE MİNİMUM DEĞER

g : R -> R (Tüm Gerçek Sayılarda)	g : [m, n] -> R (Kapalı Sınırlı Aralıkta)
Doğru her iki uçta sonsuza uzanır (-∞, +∞)	Uç noktalarda g(m) ve g(n) hesaplanır
Maksimum ve minimum değeri YOKTUR!	Biri maksimum, diğeri minimum değerdir.